FACULDADE CAMPO LIMPO PAULISTA

MESTRADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

ABORDAGENS BAYESIANAS NÃO-LOCAIS PARA FILTRAGEM DE RUÍDO POISSON EM IMAGENS TOMOGRAFICAS COM BAIXAS TAXAS DE CONTAGEM UTILIZANDO DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS

Rodrigo César Evangelista

CAMPO LIMPO PAULISTA
2017

ABORDAGENS BAYESIANAS NÃO-LOCAIS PARA FILTRAGEM DE RUÍDO POISSON EM IMAGENS TOMOGRAFICAS COM BAIXAS TAXAS DE CONTAGEM UTILIZANDO DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS

Esse documento corresponde à Dissertação de Mestrado apresentado à Banca Examinadora no curso de Mestrado em Ciência da Computação da Faculdade Campo Limpo Paulista.

Linha de Pesquisa: Processamento de Imagens

Campo Limpo Paulista, 28 de Julho de 2017.

Rodrigo César Evangelista
(Orientado)
Prof. Dr. Nelson Delfino d'Ávila Mascarenhas
(Orientador)

CAMPO LIMPO PAULISTA
2017

FICHA CATALOGRÁFICA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Câmara Brasileira do Livro, São Paulo, Brasil.

Evangelista, Rodrigo César

Abordagens bayesianas não-locais para filtragem de ruído *Poisson* em imagens tomográficas com baixas taxas de contagem utilizando distâncias estocásticas / Rodrigo César Evangelista. Campo Limpo Paulista, SP: FACCAMP, 2017.

Orientador: Profº. Dr. Nelson Delfino d´Ávila Mascarenhas

Dissertação (Programa de Mestrado em Ciência da Computação) – Faculdade Campo Limpo Paulista – FACCAMP.

1. Processamento de imagens. 2. Ruído *Poisson*. 3. Filtragem de ruído. 4. *Non local means*. 5. Distâncias estocásticas. 6. Tomografia computadorizada. I. Mascarenhas, Nelson Delfino d´Ávila. II. Campo Limpo Paulista. III. Título.

CDD-006.6

Dedico este trabalho aos meus pais Luiz Carlos e Ivone Labanca pelo incentivo e apoio incondicionais e à minha esposa Thaís Mara Martins Evangelista por estar sempre ao meu lado.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela oportunidade de concluir este projeto.

Aos meus pais Luiz Carlos Evangelista e Ivone Martins Labanca Evangelista e à minha irmã Flávia Regina Evangelista por todo apoio dedicado à conclusão deste trabalho.

À minha Esposa Thaís Mara Martins Evangelista, que tanto amo, por compartilhar dos meus sonhos e realidades.

Ao Professor Dr. Nelson D. A. Mascarenhas, meu orientador, pela confiança e pelo conhecimento compartilhado, por todo aprendizado, pela orientação neste mestrado e pela amizade.

Ao Prof. Dr. Paulo Estevão Cruvinel do CNPDIA-EMBRAPA por gentilmente ceder as imagens para processamento e testes realizados neste trabalho.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas – Campus Muzambinho por todo apoio financeiro realizado pelo PIQ (Programa de Incentivo à Qualificação) durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Denis Henrique Pinheiro Salvadeo e André de Andrade Bindilatti pelos códigos fornecidos e utilizados como referência para comparação de resultados deste trabalho.

Agradeço ao Cid Adinam Nogueira Santos e Pedro Augusto De Alagão Penna pelas frutíferas discussões.

Aos meus amigos, colegas de trabalho, colegas de pesquisa, colegas de estudo e também todos que me acompaharam durante toda minha vida.

Aos Docentes do curso de Mestrado em Ciência da Computação da Faculdade de Campo Limpo Paulista (FACCAMP) por todo auxílio, amizade, atenção, cooperação, aprendizado e companheirismo.

Aos funcionários da FACCAMP.

Enfim, a todas as pessoas que de alguma forma contribuiram para que este sonho fosse concretizado.

Resumo

A tecnologia de Tomografia Computadorizada(CT) tem sofrido uma revolução desde a construção do primeiro tomógrafo de CT na década de 70. Com a CT é possível a obtenção de imagens internas de corpos ou objetos sem a necessidade de invasão ou destruição dos mesmos. Mas um problema encontrado em aplicações com imageamento por baixa exposição de fótons é a degradação do sinal original por ruído *Poisson*. Esse é um problema que surge na contagem de fótons atingindo a superfície de um detector durante um baixo período de exposição e captura da tomografia. A presença de ruído pode comprometer a capacidade de interpretação de uma imagem, e uma possível solução para melhorar a qualidade da imagem é aumentar o tempo de exposição durante a aquisição do sinal. Este tempo maior de exposição implica em submeter o paciente ou objeto a uma dosagem maior de radiação. Visto que o aumento de tempo para aquisição pode ser inviável, a filtragem de ruído se faz necessária. O algoritmo proposto nesta dissertação para redução do ruído *Poisson* é derivado do *Non-Local Means* (NLM), que leva em consideração que imagens naturais possuem muitas regiões similares, porém, localmente disjuntas. O objetivo deste trabalho é estender o algoritmo NLM para filtragem de ruído *Poisson* adotando uma abordagem bayesiana e utilizando o fato de distribuições *Poisson* e *Gamma* serem conjugadas. Também são utilizadas divergências simétricas conhecidas como distâncias estocásticas para a distribuição *Gamma* na derivação do algoritmo. Os métodos são aplicados em imagens simuladas e reais de CT que são reconstruídas por Retroprojeção Filtrada e POCS (*Projections Onto Convex Sets*). Vários experimentos foram realizados e os resultados são apresentados e comparados com o algoritmo NLM e vários outros !!!aplicado no domínio da Transformada de Anscombe.

Abstract

Computed tomography (CT) technology has undergone a revolution since the construction of the first CT scanner in the 1970s. With CT it is possible to obtain internal images of bodies or objects without a need for invasion or destruction of them. However, a problem found in applications with low photon exposure is the degradation by *Poisson* noise. This is a problem that arises in the photon count that reaches a surface of a detector during a low period of exposure and capture of the tomography. The presence of noise can compromise the ability to interpret an image, and a possible solution to improve image quality is to increase the exposure time during a signal acquisition. This longer time of exposure implies subjecting the patient or object to a higher dose of radiation. Since the increase of time for the acquisition may be infeasible, a noise filtering is necessary. The algorithm proposed in this dissertation for Poisson noise reduction is derived from *Non-Local Means* (NLM), which leads to consider that natural images have many similar regions, but locally disjoint. The objective of this work is to extend the NLM algorithm for Poisson noise filtering adopting a Bayesian approach and using the fact of *Poisson* and *Gamma* distributions are conjugate distributions. We also used symmetric divergences known as stochastic distances for a *Gamma* distribution in the derivation of the algorithm. The methods are applied to simulated and real CT images that are reconstructed by Filtered Back Projection and POCS (projections onto convex sets). Several experiments were performed and the results are presented and compared to NLM e vários outros !!!applied in the domain of the Anscombe Transformation.

Sumário

1. CAPÍTULO – INTRODUÇÃO 13
   1.1. Motivação e Objetivos 15
   1.2. Metodologia de Desenvolvimento do Trabalho 16
   1.3. Organização do Trabalho 18
2. CAPÍTULO – TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA 19
   2.1. Histórico 19
   2.2. Tomografia por Transmissão 20
   2.3. Reconstrução Tomográfica 21
      2.3.1. Transformada de Radon 21
      2.3.2. Retroprojeção Filtrada (FBP) 23
      2.3.3. Projeções em Conjuntos Convexos (POCS) 26
   2.4. Caracterização do Ruído em CT 27
   2.5. Considerações Finais 28
3. CAPÍTULO – FILTRAGEM EM TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA 30
   3.1. Técnicas de Filtragem Pré- e Pós-Reconstrução: Domínio das Projeções, do Sinograma ou da Imagem Reconstruída 30
   3.2. Abordagem Bayesiana 32
   3.3. Distribuições conjugadas: *Poisson* e *Gamma* 32
   3.4. Considerações Finais 35
4. CAPÍTULO – TÉCNICAS NÃO-LOCAIS PARA FILTRAGEM DE RUÍDO 36
   4.1. Considerações iniciais 36
   4.2. O algoritmo NLM 36
      4.2.1. Descrição do Algoritmo 38
      4.2.2. Complexidade do Algoritmo 41
      4.2.3. Parâmetros do algoritmo NLM 42
      4.2.4. Métricas de Similaridade 43
   4.3. Considerações Finais 44
5. CAPÍTULO – DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS 45
   5.1. Considerações Iniciais 45
   5.2. Métricas de Divergência 45
   5.3. Distâncias Estocásticas 46
   5.4. Distâncias Estocásticas para a Distribuição *Gamma* 47

5.4.1. Distância *Kullback-Leibler* 47
5.4.2. Distância Rényi 48
5.4.3. Distância Hellinger 49
5.4.4. Distância Bhattacharyya 49
5.5. Considerações Finais 49

6. CAPÍTULO – METODOLOGIA E EXPERIMENTOS 51
6.1. Considerações Iniciais 51
6.2. Filtro da Média (Pré-Suavização) 51
6.3. Filtragem de ruído em CT no domínio do sinograma utilizando o algoritmo NLM .. 52
6.4. Avaliação de Resultados 53
6.4.1. *Peek Signal-to-Noise Ratio* – PSNR 53
6.4.2. *Structural Similarity Index* – SSIM 54
6.5. Considerações finais 55

7. CAPÍTULO – RESULTADOS 56
7.1. Imagem Simulada: Phantom de Shepp-Logan 58
7.1.1. FBP e POCS com distâncias estocásticas 58
7.2. *Phantom* Homogêneo 62
7.2.1. FBP e POCS com distâncias estocásticas 62
7.3. *Phantom* Simétrico 66
7.3.1. FBP e POCS com distâncias estocásticas 66
7.4. *Phantom* Assimétrico 70
7.4.1. FBP e POCS com distâncias estocásticas 70
7.5. Madeira 1 74
7.5.1. FBP e POCS com distâncias estocásticas 74
7.6. Madeira 2 78
7.6.1. FBP e POCS com distâncias estocásticas 78
7.7. Considerações Finais 82

8. CAPÍTULO – CONCLUSÕES 84
8.1. Conclusões Gerais 84
8.2. Contribuições 84
8.3. Trabalhos Futuros 85

REFERÊNCIAS 87

Lista de Abreviaturas e Siglas

ART – Algebraic Reconstruction Technique

CT – Computed Tomography

FBP – Filtered Backprojection

K-L – Kullback Leibler

NLM – Non Local-Means

POCS – Projections Onto Convex Sets

PSNR – Peak Signal-To-Noise-Ratio

SSIM – Structural Similarity Index

VST - Variance-Stabilizing Transformation

Lista de Figuras

FIGURA 2.1: TRANSFORMADA DE *RADON*, ADAPTADO DE (RANGAYYAN, 2005). 22

FIGURA 2.2: SINOGRAMA DO *PHANTOM* DE *SHEPP-LOGAN*. 23

FIGURA 2.3: *PHANTOM DE SHEPP-LOGAN* 23

FIGURA 2.4: CONVERGÊNCIA DO ALGORITMO POCS. A) POCS SEQUENCIAL E B) POCS PARALELO (COMBETTES, 1993; SALINA, 2007).....27

FIGURA 4.1: CONJUNTO DE PACHES OU JANELAS SIMILARES. 37

FIGURA 4.2: DEMONSTRAÇÃO DE JANELA DE SIMILARIDADE, JANELA DE BUSCA E PIXEL CENTRAL. 38

FIGURA 6.1: DIAGRAMA DE ETAPAS DO PROCESSAMENTO DOS *PHANTOMS*. 55

FIGURA 7.1: (A) SINOGRAMA ORIGINAL, (B) ORIGINAL RECONSTRUÍDA COM FBP, (C) SINOGRAMA RUIDOSO, (D) RUIDOSA RECONSTRUÍDA COM FBP, (E) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM ANSCOMBE, (F) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM ANSCOMBE, (G) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *KULLBACK-LEIBLER*, (H) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *KULLBACK-LEIBLER*, (I) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *RÉNYI*, (J) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *RÉNYI*, (K) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *HELLINGER*, (L) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *HELLINGER*, (M) SINOGRAMA ORIGINAL, (N) ORIGINAL RECONSTRUÍDO COM POCS, (O) SINOGRAMA RUIDOSO, (P) RUIDOSA RECONSTRUÍDA COM POCS, (Q) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM ANSCOMBE, (R) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM ANSCOMBE, (S) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *KULLBACK-LEIBLER*, (T) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *KULLBACK-LEIBLER*, (U) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *HELLINGER*, (V) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *HELLINGER*, (X) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *BHATTACHARYYA* E (Z) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *BHATTACHARYYA*. 61

FIGURA 7.2: (A) SINOGRAMA ORIGINAL, (B) ORIGINAL RECONSTRUÍDA COM FBP, (C) SINOGRAMA RUIDOSO, (D) RUIDOSA RECONSTRUÍDA COM FBP, (E) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM ANSCOMBE, (F) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM ANSCOMBE, (G) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *KULLBACK-LEIBLER*, (H) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *KULLBACK-LEIBLER*, (I) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *RÉNYI*, (J) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *RÉNYI*, (K) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *BHATTACHARYYA*, (L) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *BHATTACHARYYA*, (M) SINOGRAMA ORIGINAL, (N) ORIGINAL RECONSTRUÍDO COM POCS, (O) SINOGRAMA RUIDOSO, (P) RUIDOSA RECONSTRUÍDA COM POCS, (Q) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM ANSCOMBE, (R) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM ANSCOMBE, (S) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *KULLBACK-LEIBLER*, (T) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *KULLBACK-LEIBLER*, (U) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *RÉNYI*, (V) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *RÉNYI*, (X) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *HELLINGER* E (Z) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *HELLINGER*.....65

FIGURA 7.3: (A) SINOGRAMA ORIGINAL, (B) ORIGINAL RECONSTRUÍDA COM FBP, (C) SINOGRAMA RUIDOSO, (D) RUIDOSA RECONSTRUÍDA COM FBP, (E) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM ANSCOMBE, (F) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM ANSCOMBE, (G) SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *KULLBACK-LEIBLER*, (H) IMAGEM RECONSTRUÍDA DO SINOGRAMA FILTRADO COM NLM *KULLBACK-LEIBLER*, (I) SINOGRAMA FILTRADO COM

NLM *Rényi*, (j) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (k) Sinograma filtrado com NLM *Hellinger*, (l) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Hellinger*, (m) Sinograma Original, (n) Original reconstruído com POCS, (o) Sinograma Ruidoso, (p) Ruidosa reconstruída com POCS, (q) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (r) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (s) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (t) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (u) Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (v) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (x) Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya* e (z) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*. 69

Figura 7.4: (a) Sinograma Original, (b) Original reconstruída com FBP, (c) Sinograma Ruidoso, (d) Ruidosa reconstruída com FBP, (e) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (f) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (g) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (h) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (i) Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (j) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (k) Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*, (l) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*, (m) Sinograma Original, (n) Original reconstruído com POCS, (o) Sinograma Ruidoso, (p) Ruidosa reconstruída com POCS, (q) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (r) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (s) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (t) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (u) Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (v) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (x) Sinograma filtrado com NLM *Hellinger* e (z) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Hellinger*.....73

Figura 7.5: (a) Sinograma Original, (b) Original reconstruída com FBP, (c) Sinograma Ruidoso, (d) Ruidosa reconstruída com FBP, (e) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (f) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (g) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (h) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (i) Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (j) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (k) Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*, (l) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*, (m) Sinograma Original, (n) Original reconstruído com POCS, (o) Sinograma Ruidoso, (p) Ruidosa reconstruída com POCS, (q) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (r) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (s) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (t) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (u) Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (v) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (x) Sinograma filtrado com NLM *Hellinger* e (z) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Hellinger*.....77

Figura 7.6: (a) Sinograma Original, (b) Original reconstruída com FBP, (c) Sinograma Ruidoso, (d) Ruidosa reconstruída com FBP, (e) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (f) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (g) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (h) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (i) Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (j) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (k) Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*, (l) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*,

(m) Sinograma Original, (n) Original reconstruído com POCS, (o) Sinograma Ruidoso, (p) Ruidosa reconstruída com POCS, (q) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (r) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (s) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (t) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (u) Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (v) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (x) Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya* e (z) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*. 81

Lista de Tabelas

TABELA 7.1. MELHORES RESULTADOS APRESENTADOS PARA PROCESSAMENTO DO *PHANTHOM* DE *SHEPP-LOGAN* COM AS DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS E ALGORITMOS DE RECONSTRUÇÃO FBP E POCS. 60

TABELA 7.2. MELHORES RESULTADOS APRESENTADOS PARA PROCESSAMENTO DO *PHANTHOM* HOMOGÊNEO COM AS DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS E ALGORITMO DE RECONSTRUÇÃO FBP E POCS. 64

TABELA 7.3. MELHORES RESULTADOS APRESENTADOS PARA PROCESSAMENTO DO *PHANTHOM* SIMÉTRICO COM AS DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS E ALGORITMOS DE RECONSTRUÇÃO FBP E POCS. 68

TABELA 7.4. MELHORES RESULTADOS APRESENTADOS PARA PROCESSAMENTO DO *PHANTHOM* ASSIMÉTRICO COM AS DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS E ALGORITMOS DE RECONSTRUÇÃO FBP E POCS. 72

TABELA 7.5. MELHORES RESULTADOS APRESENTADOS PARA PROCESSAMENTO DA IMAGEM MADEIRA 1 COM AS DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS E ALGORITMOS DE RECONSTRUÇÃO FBP E POCS. 76

TABELA 7.6. MELHORES RESULTADOS APRESENTADOS PARA PROCESSAMENTO DA IMAGEM MADEIRA 2 COM AS DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS E ALGORITMOS DE RECONSTRUÇÃO FBP E POCS. 80

1. CAPÍTULO – INTRODUÇÃO

Ruído é um problema encontrado em aplicações de imageamento digital e ocorre no processo de aquisição e formação da imagem. Em aplicações onde o processo de aquisição de imagens é realizado através da contagem de fótons, o ruído é modelado com uma distribuição de probabilidade *Poisson*. Em uma imagem corrompida por ruído *Poisson*, a variância do ruído depende da taxa média de fótons em cada região de uma imagem, e portanto é dependente de sinal (BERTERO et. al. 2010);

A presença de ruído pode comprometer a capacidade de interpretação de uma imagem, e uma possível solução para melhorar a qualidade da imagem é aumentar o tempo de exposição durante a aquisição do sinal. Este tempo maior de exposição implica em submeter o objeto ou organismo a uma dosagem maior de radiação. Visto que o aumento de tempo para aquisição pode ser inviável, a filtragem de ruído se faz necessária. O objetivo dos algoritmos de filtragem de ruído é recuperar uma imagem ou tentar gerar uma imagem com o mínimo possível de ruído a partir de uma imagem ruidosa.

Recentemente, tem havido grande preocupação na comunidade médica com a quantidade de radiação a que um paciente é submetido em exames de tomografia computadorizada (SAVAGE, 2010). Quanto maior o tempo de exposição do paciente à radiação, maior é a probabilidade de que o paciente possa contrair câncer.

Essa grande preocupação com o nível de radiação emitida para obtenção das imagens com uma boa qualidade visual, fez a Comissão Internacional de Proteção Radiológica (ICRP) definir critérios e princípios básicos para o uso adequado de doses de radiação. Um destes princípios é o ALARA (*As Low As Reasonably Achievable*) que estabelece que a radiação deve ser baixa mas que deva preservar detalhes e qualidade das imagens (ICRP, 1977).

A simples redução do tempo de exposição implica numa perda de qualidade da imagem reconstruída. Assim sendo, faz-se necessário adotar procedimentos de filtragem de ruído.

O algoritmo *Non-Local Means* (NLM) proposto por Buades, Coll e Morel (2005) insere uma nova abordagem para filtragem de imagens ruidosas com um princípio não-local. O presente trabalho adapta o algoritmo NLM para filtragem de ruído *Poisson* com uma abordagem bayesiana, utilizando a conjugação das distribuições *Poisson* e *Gamma* e distâncias estocásticas para a distribuição *Gamma*.

Salina (2007) utilizou em sua tese o método de reconstrução de imagens POCS (*Projections Onto Convex Sets*) com a estimação de projeções originais a partir de ruidosas por meio de quatro métodos diferentes. O primeiro método realizou estimações utilizando o critétio MAP (*Maximum a Posteriori*) com densidade *a priori* gaussiana, chi-quadrado, gama e beta. No segundo método utilizou filtragem nos coeficientes *wavelets* das projeções ruidosas. O terceiro método trabalhou com aplicação do filtro Wiener Pontual e no último e quarto método aplicou o filtro de Goodman-Belsher. Apresentou resultados utilizando a métrica de similaridade ISNR (*Improvement Signal-to-Noise Ratio*) das imagens reconstruídas a partir de imagens ruidosas utilizando o método de reconstrução POCS.

Ribeiro (2010) utilizou três técnicas de filtragem em seu trabalho. A estimação Bayesiana, filtro de Wiener e limiarização no domínio de *Wavelet*. Foram utilizados 10 estimadores MAP com diferentes densidades de probabilidade *a priori*. Na aplicação do filtro de Wiener utilizou duas versões diferentes, Pontual e FIR. Na limiarização no domínio Wavelet verificou o desempenho de quatro famílias de funções diferentes. Para reconstrução das imagens também utilizou o algoritmo de reconstrução POCS e a avaliação dos resultados utilizou as métricas ISNR, PSNR, IDIV e SSIM.

Salvadeo (2013) propôs a filtragem de ruído da imagem reconstruída (pós-filtragem) utilizando Campos Aleatórios Markovianos (MRF), com modelo *a priori* contextual. Baseou-se em duas abordagens diferentes, a primeira utilizando algoritmos iterativos de otimização como o ICM (*Iterated Conditional Modes*) e a segunda com a utilização de variações diferentes do filtro de Wiener. Na segunda abordagem levou em consideração a Informação de Fisher (Generalizada) MRF Isotrópica e MRF Separável. Utilizou o algoritmo de reconstrução de imagens POCS, propôs o NLM (*Non Local Means*) para melhor estimação da imagem livre de ruído.

Bindilatti (2013) estendeu o algoritmo NLM (*Non Local Means*) para a filtragem de ruído Poisson com a utilização de Distâncias Estocásticas para a distribuição Poisson como métricas de similaridade. Utilizou as distâncias estocásticas de *Kullback-Leibler,*

Rényi, Hellinger e Bhattacharyya. Os filtros foram aplicados no domínio da imagem e como métricas de avaliação de resultados utilizou PSNR e SSIM.

Muitos algoritmos utilizados nos trabalhos citados acima foram estudados e aplicados no conteúdo deste trabalho. Serviram de fundamentação teórica e prática para a conclusão do presente trabalho. Métodos de reconstrução POCS, algoritmo NLM (*Non Local Means*), métricas de avaliação PSNR e SSIM são alguns dos itens estudados dos trabalhos anteriores que contribuem para o desenvolvimento dos métodos propostos neste trabalho.

1.1. Motivação e Objetivos

Todo processo de aquisição e formação de imagem por contagem de fótons, de um modo geral, sofre uma degradação de sinal ocasionada por ruído *Poisson*. Este problema é muito estudado (BERRY; BURNEL, 2005; VONESCH *et. al.*, 2006).

Com a presença de ruído em uma imagem, existe um comprometimento na capacidade de interpretação e entendimento da mesma. Uma das maneiras de melhorar a qualidade da imagem é aumentando o tempo de exposição durante a aquisição dos sinais.

No caso de imagens de tomografia computadorizada, este prolongamento de tempo de exposição implica em alguns problemas: submeter um paciente ou objeto a uma dosagem maior de radiação; perda qualidade por motivo de algum movimento durante o processo de aquisição, dentre outros exemplos. Desta forma se faz necessária a filtragem de ruído através do processamento das imagens reconstruídas pós-filtragem ou sinogramas (conjunto de projeções unidimensionais tomadas em diferentes ângulos) pré-filtragem por especialistas.

Como descrito anteriormente, o algoritmo *Non-Local Means* (NLM), proposto por Buades, Coll e Morel (2005), cria uma nova abordagem para filtragem de imagens ruidosas com um princípio não-local. Este algoritmo será aplicado nos sinogramas do processo de aquisição das imagens na tentativa de reduzir o ruído *Poisson*. O algoritmo estima um valor livre de ruído de um determinado pixel, calculando uma média ponderada de todos os pixels de uma imagem. O pixel a ser filtrado recebe um peso calculado de acordo com sua vizinhança e é comparado também com a vizinhança de

todos os pixels da imagem. Para caracterizar a similaridade entre vizinhanças, métricas de distâncias são empregadas.

É um algoritmo simples de implementar, preserva bordas, detalhes e estruturas da imagem e possui bom desempenho e alto potencial de paralelismo. Porém este algoritmo foi desenvolvido para filtragem e redução de ruído aditivo.

O que motivou o trabalho foi que, utilizando as qualidades do algoritmo NLM, podemos modificá-lo e estender suas funcionalidade para filtragem de ruído *Poisson* utilizando técnicas de filtragem Pré- e Pós-Reconstrução: Domínio das Projeções ou do Sinograma ou da Imagem Reconstruída. Outra característica importante é a utilização de novas métricas de similaridade. Com as novas extensões do algoritmo, as métricas utilizadas serão as distâncias estocásticas.

As distâncias estocásticas são métricas utilizadas para comparação de distribuição de probabilidade e consequentemente podem ser utilizadas para comparar vizinhança entre pixels assumindo o modelo estocástico do ruído *Poisson* conjugado com a distribuição *Gamma*.

Na teoria da probabilidade, quando falamos de Teorema de Bayes, estamos mostrando a relação entre probabilidade de uma hipótese dada sua evidência e da mesma forma ao contrário. Foi desenvolvida por Thomas Bayes e mostra como alterar as probabilidades a *priori* levando em consideração novas evidências para se obter probabilidades a *posteriori*.

Neste trabalho, no item 3.3 este fator foi verificado e por isso as distâncias estocásticas para a distribuição *Gamma* foram utilizadas, aproveitando-se o fato desta distribuição ser conjugada à distribuição *Poisson*.

O objetivo principal é estender o algoritmo NLM para filtragem de ruido *Poisson* utilizando as distribuições conjugadas *Poisson* e *Gamma*, utilizando expressões de forma fechada das distâncias estocásticas da distribuição *Gamma*.

Estudar e analisar as distâncias estocásticas da distribuição *Gamma* como novas métricas de similaridade também são um dos objetivos do trabalho.

1.2. Metodologia de Desenvolvimento do Trabalho

As imagens com ruído *Poisson* são as que que tiveram um tempo de exposição menor à radiação para contagem de fótons. As imagens com boa qualidade e sem ruído são captadas com um tempo médio de 20 segundos de exposição. Neste trabalho, imagens com apenas 3 segundos de exposição serão utilizadas no processo de filtragem com utilização das distâncias estocásticas no filtro NLM e os resultados serão comparados com as imagens de 20 segundos de exposição.

Nascimento, Cintra e Frery (2010), utilizam oito distâncias estocásticas que são utilizadas em dados corrompidos por ruído speckle. Neste trabalho vamos utilizar quatro distâncias estocásticas. São elas: (1) *Kullback-Leibler*, (2) *Rényi*, (3) *Hellinger* e (4) *Bhattacharyya*. Estas quatro distâncias serão utilizadas como métricas de similaridade entre vizinhanças dos pixels.

As distâncias acima citadas serão utilizadas e aplicadas como novas métricas de similaridade entre vizinhanças de pixels no algoritmo NLM. Elas vão substituir a distância euclidiana que é empregada como critério de similaridade no algoritmo NLM original.

Ao estender o algoritmo NLM para filtragem de ruido *Poisson* com a utilização das distribuições conjugadas *Poisson* e *Gamma*, utilizando as expressões acima citadas e diminuindo a complexidade do algoritmo NLM, apresentamos resultados com o processamento e experimentos com diferentes imagens.

Para reconstrução dos sinogramas, os algoritmos de retroprojeção filtrada (*Filtered Backprojection*) FBP e de reconstrução das Projeções em Conjuntos Convexos (*Projections Onto Convex Sets*) POCS Paralelo foram utilizados, eles reconstroem os sinogramas que resultam na imagem final do processo. O algoritmo FBP consiste em reconstruir funções bidimensionais do conjunto das projeções obtidas através da filtragem de convolução e o algoritmmo POCS tem como objetivo a busca de solução para problemas de N conjuntos de restrições convexas. Todos os resultados obtidos foram comparados com as duas formas de reconstrução das imagens.

O ambiente de desenvolvimento utilizado no processamento dos sinogramas e das imagens foi o MATLAB na versão 2014_a. O ruído *Poisson* das imagens do *phantom* Shepp-Logan foi simulado. Nos demais *phantoms* (Assimétrico, Simétrico, Homogêneo, Madeira 1 e Madeira 2), o ruído encontrado é real e não precisou ser

simulado. Todas as imagens foram utilizadas para o processamento e avaliação dos resultados.

A métrica de qualidade SSIM (*structural similarity index*) que apresenta uma correlação com o sistema de visão do ser humano e a PSNR (*peek signal-to-noise ratio*) que é baseada no erro médio quadrático foram utilizadas para obtenção, comparação e análise dos resultados. Ambas métricas necessitam de uma imagem referência para análise dos resultados.

1.3. Organização do Trabalho

O trabalho está organizado da seguinte maneira:

- Capítulo 2: são apresentadas a história e as características da Tomografia Computadorizada, juntamente com os processos de captação e reconstrução das imagens.
- Capítulo 3: é descrito todo o processo de filtragem em Tomografia Computadorizada, com apresentação de técnicas de filtragem, abordagem Bayesiana e a conjugação das distribuições *Poisson* e *Gamma*.
- No Capítulo 4 o algoritmo NLM é introduzido e suas características são apresentadas.
- Capítulo 5: as distâncias estocásticas utilizadas como métricas de similaridade no algoritmo NLM são descritas.
- No Capítulo 6 a metodologia e os experimentos realizados são demonstrados de forma detalhada.
- O Capítulo 7 descreve todos os resultados obtidos com os experimentos e processamentos realizados, com os algoritmos de reconstrução FBP e POCS Paralelo e as métricas de qualidade SSIM e PSNR.
- Capítulo 8 apresenta as conclusões em relação aos resultados obtidos com o processamento das imagens e sugestões para trabalhos futuros.

2. CAPÍTULO – TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA

A palavra tomografia é de origem Grega (*tomo* = corte, fatia + *grafia* = escrita, registro) que caracteriza o processo de apresentação de um corpo tridimensional por seus cortes bidimensionais em diferentes direções. Consiste no método de gerar uma imagem bidimensional do interior de um organismo ou objeto, onde cada pixel representa a atenuação sofrida por raios em um determinado ponto deste organismo ou objeto (RIBEIRO, 2010).

Antes da invenção da Tomografia Computadorizada (CT), a visualização de partes internas de organismos ou objetos somente era possível através da radiografia, que não possui a mesma qualidade das CT. Nos últimos anos o uso das CTs cresceu rapidamente, pela qualidade das imagens internas oferecidas.

2.1. Histórico

O primeiro Tomógrafo foi desenvolvido por Hounsfield, e desde então diversas melhorias foram aplicadas e desenvolvidas nos tomógrafos, sempre com a mesma idéia de que os tubos de raios X e os detectores se movam ao redor do paciente. As melhorias sempre buscam alguns fatores principais, como: redução no tempo de exposição ou aquisição dos dados e de custo (BUZUG, 2008).

Alguns autores descrevem várias gerações de tomógrafos ja construídos, vamos considerar sete gerações (BUSHBERG, SEIBERT *et al*, 2001). As mesmas serão descritas a seguir.

A primeira geração foi desenvolvida por Hounsfield e era composta somente por uma fonte de feixes e somente um único detector, os dois trabalhando de forma síncrona para captação das projeções. A aquisição de uma fatia do objeto utiliza o processo de rotação/translação (BUSHBERG, SEIBERT *et al*, 2001).

Na segunda geração dos tomógrafos, a quantidade de detectores aumentou (perto de 30) e o feixe em formato de leque e largura estreita foi criado, desta maneira o tempo de aquisição reduziu (BUZUG, 2008).

Um tomógrafo com cerca de 800 detectores foi construido, caracterizando a terceira geração. Mas sua principal mudança foi em aumentar o feixe em leque de 40 ^{O} a 60 ^{O} de abertura (FOSBINDER E ORTH, 2011). Os artefatos gerados pelos tomógrafos desta geração eram em anéis (BUSHBERG, SEIBERT *et al*, 2001).

A geração seguinte veio com a proposta de gerar um arranjo detector estacionário, com capturas em 360° ao redor do objeto ou paciente. A quantidade de detectores novamente foi aumentada, para algo perto de 5000 unidades (BUSHBERG, SEIBERT *et al*, 2001).

A quinta geração foi muito interessante e produtiva para os cardiologistas. Utilizando a geometria estacionária/estacionária, o anel detector e a fonte são fixos. Os raios X convencionais foram substituídos por um raio com elétron que é emitido e atinge o alvo de tungstênio que emite os raios X. Os tomógrafos desta geração ficaram conhecidos como Cine-CT (BUSHBERG, SEIBERT *et al*, 2001).

A grande transformação da sexta geração dos tomógrafos foi em relação aos fios que conectavam o tubo de raios X, detectores entre outros. Nesta nova geração um conector deslizante foi utilizado no tomógrafo, o que permitia que a fonte e o detector rotacionassem continuamente melhorando o movimento helicoidal ou espiral do tubo ao redor do objeto ou paciente (BUSHBERG, SEIBERT *et al*, 2001). Nesta geração o tempo de aquisição das imagens foi reduzido para menos de 1 minuto (KALENDER, 2006).

Os tomógrafos de sétima geração utilizam múltiplos arranjos de detectores, possibilitando a aquisição de mais de um corte axial simultaneamente (BUSHBERG, SEIBERT *et al*, 2001). Já os tomógrafos do estado da arte atual correspondem ao CT Helicoidal com vários detectores, permitindo a realização de aquisições com um tempo de até 20 segundos. Algumas melhoras para diminuiçào da exposição do paciente à radiação também foram implementadas (FOSBINDER E ORTH, 2011).

2.2. Tomografia por Transmissão

O processo que vimos até aqui do funcionamento dos tomógrafos é conhecido como tomografia por transmissão, onde os raios são emitidos por uma fonte e captados por detectores. Consiste em capturar feixes do corpo em vários angulos diferentes. O

feixe de radiação é utilizado para definir cada plano vertical. Cada feixe tem sua intensidade de emissão e transmissão que são armazenadas para cada direção aplicada, obtendo assim uma projeção do objeto ou organismo. A junção destes feixes com ângulos diferentes define planos verticais em diversas posições angulares. Com estes valores de projeções será possível a reconstrução da imagem com os algoritmos adequados.

As projeções utizadas neste trabalho, fornecidas pela CNPDIA-EMBRAPA, foram geradas a partir de um nini-tomógrafo de primeira geração. Esse tomógrafo utiliza raios-X e raios γ como fonte de radiação (CRUVINEL, 1987).

2.3. Reconstrução Tomográfica

O processo de reconstrução tomográfica consiste em aplicar algoritmos de reconstrução em todas as projeções obtidas de um objeto ou paciente para a obtenção da imagem bidimensional desejada. A seguir vamos analisar a transformada de *Radon* (RADON, 1917), que tem a função de decompor imagens em projeções e os algoritmos de reconstrução tomográfica fazem o papel de realizar a transformada inversa de *Radon*.

Posteriormente à transformada de *Radon*, discutiremos duas abordagens de reconstrução tomográfica, são elas: Retroprojeção Filtrada (FBP) e Projeções em Conjuntos Convexos (POCS).

2.3.1. Transformada de Radon

A transformada de *Radon* tem como objetivo decompor imagens em projeções, e foi proposta por Johann *Radon* em 1917 (RADON, 1917). Ela surgiu como a primeira solução para reconstrução de uma função bidimensional $f(x,y)$ a partir de sua projeções $P\theta(t)$

O procedimento para a reconstrução é demonstrado na Figura 2.1. Ela mostra que o raio $\overline{AB}$ pode ser expresso por:

$$t = x\cos\theta + y\sin\theta \tag{1}$$

onde t é a distância perpendicular da origem até a linha. Com a utilização desta equação do raio, a integral do raio Pθ(t) segue abaixo:

$$P\theta(t) = \int_{AB} f(x,y)ds = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\delta(x\cos\theta + y\sin\theta - t)dxdy, \qquad (2)$$

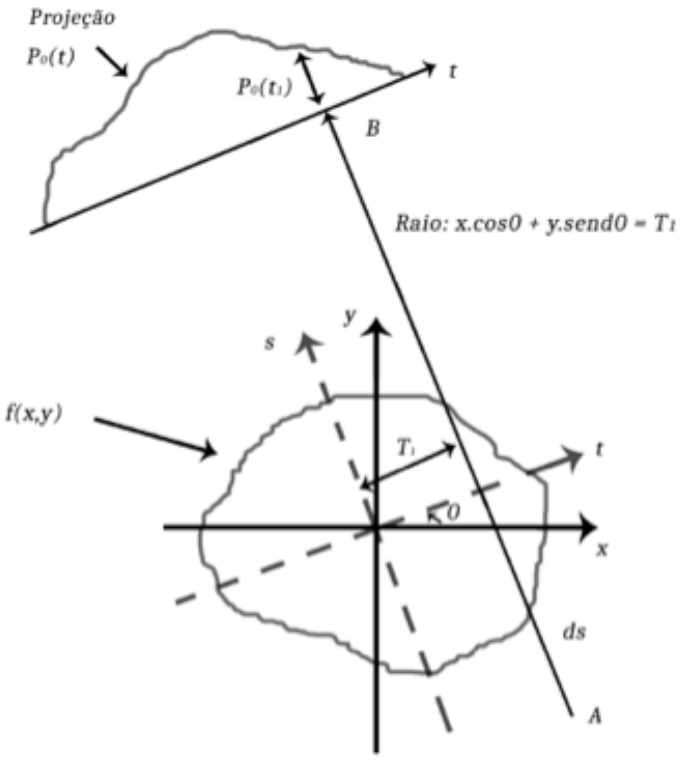

Figura 2.1: Transformada de *Radon*, adaptado de (RANGAYYAN, 2005).

Pθ(t) é uma função de t representando a projeção paralela com um ângulo θ. Para θ contínuo, a função Pθ(t) é a própria transformada de *Radon* de f(x, y). As projeções foram obtidas paralelamente à rotação no eixo x.

Figura 2.2: Sinograma do *Phantom* de *Shepp-Logan*.

Com a utilização da transformada de Radon sobre o *Phantom* de *Shepp-Logan*, temos o sinograma da Figura 2.2. Este processo simula a captura das projeções pelo tomógrafo. Neste trabalho, para a reconstrução da imagem, são utilizados os algoritmos de reconstrução POCS paralelo e retroprojeção filtrada (FBP), que serão vistos nas próximas seções. Este processo é realizado com todas imagens deste trabalho.

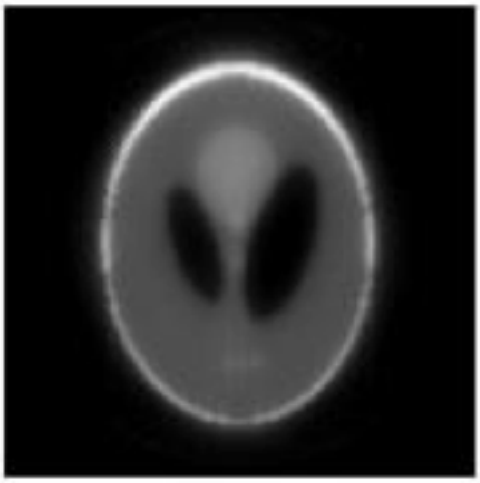

Figura 2.3: *Phantom de Shepp-Logan*

Com a reconstrução da imagem pela utilização dos algoritmos de reconstrução, temos uma imagem formada. Na Figura 2.3 temos um exemplo da imagem de Shepp-Logan reconstruída com aplicação do algoritmo de reconstrução POCS Paralelo sobre o sinograma demonstrado na Figura 2.2.

2.3.2. Retroprojeção Filtrada (FBP)

O algoritmo de retroprojeção filtrada (*Filtered Backprojection*) primeiramente foi proposto no trabalho de Ramachandran e Lakshmiranaianan (1971). Desde então várias propostas para melhorias foram implementadas. O método consiste em reconstruir funções bidimensionais do conjunto de projeções obtidas de um objeto ou paciente com a utilização de filtragem e convolução, com o objetivo de reduzir a degradação sofrida.

É uma derivação do teorema do corte de Fourier, conforme a equação 3 abaixo. Para início da derivação, é necessária a utilização de coordenadas polares (ω, θ) no lugar do sistema de coordenadas retangulares (*u*,*v*) no domínio da frequência (KAK E SLANEY, 1988).

$$\begin{aligned} f(x,y) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} F(\omega,\theta)e^{j2\pi\omega(xcons\theta+ysen\theta)}\omega d\omega d\theta \\ = \int_0^{\pi}\int_0^{\infty} F(\omega,\theta)e^{j2\pi\omega(xcons\theta+ysen\theta)}\omega d\omega d\theta \\ + \int_0^{\pi}\int_0^{\infty} F(\omega,\theta \\ + \pi)e^{j2\pi\omega[xcos(\theta+180^0)+ysen(\theta+180^0)]}\omega d\omega d\theta \end{aligned} \tag{3}$$

Com $F(\omega, \theta + \pi) = F(-\omega, \theta)$ e usando $t = x.cos\theta + y.sen\theta$ obtemos a equação 4, e na equação 5 temos $f(x,y)$ dependente da Transformada de Fourier 1-D dadas por $S_\theta(\omega)$ e não mais por $F(\omega, \theta)$:

$$f(x,y) = \int_0^{\pi}\left[\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega,\theta)|\omega|e^{j2\pi\omega t}d\omega\right]d\theta \tag{4}$$

$$= \int_0^{\pi}\left[\int_{-\infty}^{\infty} S_\theta(\omega)|\omega|\, e^{j2\pi\omega t}d\omega\right]d\theta \tag{5}$$

Para representar a equação 5 acima citada em sua forma filtrada retroprojetada, é preciso separar a equação em operações diferentes conforme segue:

$$Q\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S\theta(\omega)|\omega|e^{j2\pi\omega t}d\omega \tag{6}$$

E, posteriormente, as projeções são retroprojetadas para a função:

$$f(x,y) = \int_0^{\pi} Q\theta(xcos\theta + ysen\theta)d\omega \tag{7}$$

Em cada pixel de (x,y) do plano da imagem, haverá um dado de $t = xcos\theta + ysen\theta$ para cada projeção filtrada, $Q\theta$, obtida em um âgulo θ. Todas estas projeções contribuirão para a reconstrução do ponto (x,y) com o respectivo valor t (KAK E SLANEY, 1988).

A equação 7 acima citada possui sua versão truncada, como segue (KAK E SLANEY, 1988):

$$Q\theta(nt) = \tau \sum_{k=0}^{N-1} h(nt - k\tau)P\theta(k\tau) \quad n = 0,1,2,\dots,N-1 \tag{8}$$

onde τ representa o intervalo de amostragem das projeções e $P\theta(k\tau) = 0\ para\ k < 0$ e $k > N - 1$. A função $h(nt)$ é uma versão amostrada, definida por:

$$h(nt) = \begin{cases} \frac{1}{4}\tau^2 & n = 0 \\ 0, & n = 0 \\ -\frac{1}{n^2\pi^2\tau^2} & n = impar \end{cases} \tag{9}$$

e a implementação no domínio da frequência, pode ser expressa da seguinte maneira:

$$Q\theta(nt) = \tau \text{ x } IFFT\{FFT[P\theta(n\tau)] \text{ x } FFT[n(n\tau)]\} \tag{10}$$

com FFT e IFFT representando as transformadas rápidas de Fourier e sua inversa, respectivamente.

O próximo passo do algoritmo é a retroprojeção das projeções filtradas, conforme a equação:

$$\hat{f}(x,y) = \frac{\pi}{K} \sum_{i=1}^{K} Q\theta i(xcons\theta i + ysen\theta i) \tag{11}$$

onde K ângulos θ_i possuem valores discretos de Q para cada $P\theta(t)$. Resumidamente, a imagem final é gerada com a soma de todos os valores t de $Q\theta i$, para cada um dos

valores de θi, todos projetados e multiplicados por $\frac{\pi}{K}$. Em algumas situações é necessária a interpolação linear (STARK; WOODS & HINGORANI, 1981).

2.3.3. Projeções em Conjuntos Convexos (POCS)

O algoritmo de reconstrução das Projeções em Conjuntos Convexos (*Projections Onto Convex Sets*) surgiu através da teoria dos conjuntos. O objetivo deste método é buscar uma solução para um dado problema de N conjuntos de restrições convexas C_i. No método ART (Técnica de Reconstrução Algébrica), com o qual não vamos trabalhar dentro deste trabalho, o Ci é definido por $f.w_i = p_i$ (SALINA, 2007).

Vários conjuntos de restrições podem ser apresentados e a informação *a priori* pode ser caracterizada por um conjunto de restrições. O autor (SALINA, 2007) utiliza diversos conjuntos para reconstrução da imagem. Alguns são: Restrição de Amplitude Limitada (valores de pixels entre 0 e 255), Restrição de Não Negatividade (valores de pixels maiores ou igual a zero) e Restrição de Suporte Finito (valores de pixel fora da região de interesse nulos).

Salina (2007) também descreve que uma solução POCS é encontrada se ela se enquadra em todos os conjuntos de restrições, ou seja, se um ponto de intersecção C_0 entre os conjuntos existe $(C_0 \neq 0)$.

$$C_0 = \bigcap_{i=1}^{N} C_i \tag{12}$$

Parte-se de uma estimativa inicial de uma imagem reconstruída, a partir de um ponto x_0. Projeções de forma sucessivas são aplicadas em cada conjunto de restrições C_i, obtendo desta maneira uma estimativa da imagem reconstruída, passo a passo. Este algoritmo é definido pela equação (SEZAN E STARK, 1982; YOULA E WEBB, 1982; SALINA, 2007):

$$x_{k+1} = P_{C_k} \dots P_{C_2} P_{C_1} x_{k`} \qquad k = 1,2,3, \dots \tag{13}$$

Também podemos representar o algoritmo POCS por (COMBETTES E PUH, 1993; SALINA,2007):

$$x_{k+1} = x_k + \sum_{i=1}^{N} w_i (P_{C_i} x_k - x_k) \tag{14}$$

onde um ponto x_{k+1} será definido em função de combinações lineares das distâncias do ponto atual x_k com suas projeções no i-ésimo conjunto de C_i, com a somatória dos pesos w_i igual a 1.

Quando não acontece a intersecção entre conjuntos de restrições, a solução POCS sequencial fica oscilando entre estes conjuntos de restrições. Em sua versão paralela, o mesmo convergirá com a solução que minimiza a soma das distâncias desta em relação aos conjuntos de restrições. A Figura 2.4 demonstra esta situação (COMBETTES, 1993).

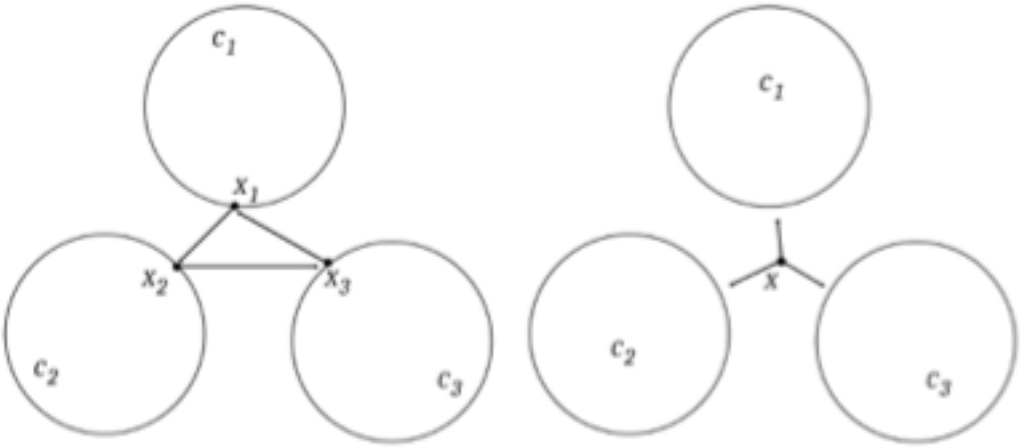

Figura 2.4: Convergência do Algoritmo POCS. A) POCS Sequencial e B) POCS PARALELO (COMBETTES, 1993; SALINA, 2007).

2.4. Caracterização do Ruído em CT

Em tomografia computadorizada, um ruído pode ser gerado de acordo com a natureza da operação de captura das imagens acontece. A emissão dos fótons por uma fonte e a detecção por um detector causam uma aleatoriedade nas medidas de projeção capturadas (RANGAYYAN, 2005). Este fator de $N_{\theta_i}(t)$ é demonstrado estatisticamente pela distribuição de probabilidade de *Poisson* (KAK E SLANEY, 1988), conforme equaçào abaixo:

$$p\{N_{\theta_i}(k\tau)\} = \frac{[\overline{N}_{\theta_i}(k\tau)]^{N_{\theta_i}(k\tau)}}{N_{\theta_i}(k\tau)!}\, e^{-\overline{N}_{\theta_i}(k\tau)} \tag{15}$$

onde $N_{\theta_i}(k\tau)$ é a quantidade de fótons encontrados no k-ésimo raio emitido no ângulo θ_i, p é a probabilidade e $N_{\theta_i}(k\tau)$ assume o valor esperado (E) de fótons $\overline{N}_{\theta_i}(k\tau)$.

$$\overline{N}_{\theta_i}(k\tau) = E\{N_{\theta_i}(k\tau)\} \tag{16}$$

Desta forma a variância pode ser definida como:

$$Var = \{N_{\theta_i}(k\tau)\} = \overline{N}_{\theta_i}(k\tau) \tag{17}$$

As projeções possuem ruído *Poisson*, que é dependente de sinal e média e variância iguais. Na transformada de *Radon*, quando existe um número fixo de fótons incidentes, a variância de uma certa medida é inversamente proporcional à quantidade de fótons medida (EPSTEIN, 2008). Esta característica define que quanto menor o número de fótons maior é o ruído.

Uma imagem formada pela contagem de fótons atingindo detectores gera o ruído Poisson, que é um modelo estocástico que surge na contagem destes fótons durante um determinado período de exposição. A detecção de cada fóton pode ser considerada como um evento aleatório e independente (BERRY; BURNEL, 2005; VONESCH et al., 2006). Cada detector recebe uma contagem que é descrita como aleatória Poisson.

O valor de cada pixel y_i resultante da contagem, é a realização de um processo aleatório Poisson $y_i \sim P(y_i)$, representado pela seguinte equação $P(y_i = k|\lambda_i) = e^{-y_i}\lambda_i^k/k!$, onde λ_i representa a taxa média de fótons atingidas em um detector i e y_i é a contagem observada. $P(y_i = k|\lambda_i)$ apresenta a probabilidade de y_i assumir o valor de k, com $k \in \mathbb{Z}^+$ com a taxa de fótons λ_i.

2.5. Considerações Finais

Este capítulo inicalmente apresentou o histórico e desenvolvimento dos tomógrafos. Foram descritas e observadas também as diferenças entre os tomógrafos por transmissão e emissão. A transformada de *Radon* foi apresentada para a obtenção das projeções da tomografia por transmissão.

Foram apresentados também dois algoritmos de reconstrução de imagens tomográficas que foram utilizados neste trabalho. O algoritmo de recontrução Retroprojeção Filtrada (FBP) e também o algoritmo de Projeções em Conjntos Convexos (POCS). Nos próximos capítulos serão apresentados resultados com a utilização dos dois algoritmos de reconstrução.

Finalmente, as características de ruído *Poisson* foram descritas e discutidas. O ruído *Poisson* é um item extremamente importante para o desenvolvimento desta dissertação, já que todos os métodos aplicados foram com o objetivo de redução do ruído nas imagens.

3. CAPÍTULO – FILTRAGEM EM TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA

Ruído *Poisson* corresponde a alguma perda ou degradação da qualidade de uma imagem. Ele é causado no processo de aquisição das projeções pelos sensores ou dispositivos do tomógrafo, no processo de emissão e detecção dos fótons, conforme observado anteriormente.

O ruído pode prejudicar a análise de uma imagem em diagnósticos, por exemplo. Um especialista pode ter dificuldades para analisar e diagnosticar algo de uma imagem corrompida com ruído *Poisson*. O ruído pode reduzir o contraste de vários tecidos dos humanos, causando uma dificuldade na identificação e diferenciação entre eles. Isso pode causar diagnósticos errados e imprecisos e provocar graves falhas.

O objetivo dos algoritmos de filtragem de ruído é diminuir estes riscos. O ruído consiste em uma degradação que deve ser reduzida para melhorar a qualidade de uma imagem. Os algoritmos usam o conhecimento *a priori* do modelo da geração do ruído para propor a recuperação do sinal e qualidade da imagem. Então, a partir da modelagem do que causou o ruído, é proposta a filtragem do mesmo (GONZALEZ E WOODS, 2002).

Nas projeções temos o ruído *Poisson*, dependente do sinal. Este ruído e o processo de degradação pode ser modelado como (HANSON, 1981; RANGAYYAN, 2005):

$$g(n) \sim Poisson(f(n)) \tag{18}$$

onde $g(n)$ é a projeção observada e $f(n)$ é a projeção sem ruído.

Podemos utilizar métodos diferentes para filtragem de ruído *Poisson*. Nas próximas seções vamos detalhar um pouco sobre métodos Pré- e Pós-Reconstrução de uma imagem.

3.1. Técnicas de Filtragem Pré- e Pós-Reconstrução: Domínio das Projeções, do Sinograma ou da Imagem Reconstruída

Nesta seção vamos abordar alguns exemplos de filtragem de ruído Pré- e Pós-Reconstrução de uma imagem. Normalmente os algoritmos de reconstrução de imagens aplicam algum tipo de filtro para redução de ruído.

Quando citamos algoritmos que são aplicados antes do processo de reconstrução da imagem (Pré-Reconstrução), são algoritmos que são aplicados no domínio do sinograma (2-D) (que é o caso deste trabalho) ou no domínio das projeções (1-D).

Na seção 2.2 deste trabalho, o processo de aquisição das projeções de um organismo ou objeto foi detalhado. Os algoritmos que operam com processamento no domínio das projeções, realizam suas operações sobre todas as projeções colhidas pelos sensores do tomógrafo e posteriormente os algoritmos de reconstrução são aplicados. Esta forma de processamento é conhecida como processamento em 1-D (uma dimensão) pois as projeções podem ser definidas sobre dados em 1-D e os cálculos realizados sobre cada uma destas projeções.

Os algoritmos que são aplicados no domínio do sinograma, são algoritmos conhecidos ou aplicados em formatos 2-D (duas dimensões) porque um sinograma é composto pelo conjunto de várias projeções de uma fatia do organismo ou objeto. Todos os testes realizados neste trabalho foram aplicados no domínio do sinograma.

Até este momento, todos os processamentos realizados para redução de ruído foram aplicados antes da reconstrução da imagem (Pré-Reconstrução). Agora será apresentado como operam os algoritmos aplicados após a aplicação dos algoritmos de reconstrução de imagens (Pós-Reconstrução).

Independentemente do método utilizado para reconstrução de uma imagem, os algoritmos de redução de ruído podem ser aplicados. Isso significa que o algoritmo utilizado não precisa de dados do formato de reconstrução da imagem. Estes processamentos acontecem com a imagem já reconstruída (SALVADEO, 2013).

O ruído em uma imagem reconstruída não é tão bem definido como no domínio das projeções ou do sinograma. No domínio das projeções e do sinograma o ruído *Poisson* é bem definido, já nas imagens reconstruídas os modelos não possuem a mesma qualidade (GIRALDO, KELM et al., 2009; GERALDO e MASCARENHAS, 2011), embora um modelo gaussiano do ruído possa ser adotado, invocando o Teorema Central do Limite, pois os pixels reconstruídos são o resultado de uma combinação linear de muitos pontos de projeções.

3.2. Abordagem Bayesiana

Na teoria da probabilidade, o Teorema de Bayes demonstra a relação entre duas probabilidades, a probabilidade a *priori* e a probabilidade a *posterioiri*. Este modelo matemático representa uma das primeiras tentativas para modelagem de forma matemática da inferência estatística, e foi desenvolvida por Thomas Bayes.

A expressão do teorema de Bayes é a seguinte:

$$\Pr(A|B) = \frac{\Pr(B|A)\Pr(A)}{\Pr(B)} \tag{19}$$

onde $\Pr(A)$ é a probabilidade a *priori* de A, e $\Pr(B|A)$ representa a chamada verossimilhança e Pr (A|B) é a probabilidade a *posteriori*.

Apesar das probabilidades P(A|B) e P(B|A) serem parecidas, ambas mostram dados diferentes. A regra de Bayes demonstra como alterar a probabilidade a *priori* levando-se em conta novas evidências de forma a conseguir a probabilidade a *posteriori* (KAY, 1993).

3.3. Distribuições conjugadas: *Poisson* e *Gamma*

O objetivo desta dissertação é desenvolver uma abordagem bayesiana para a filtragem do sinograma de imagens CT. Conforme já observado anteriormente, as amostras do sinograma seguem a distribuição de Poisson. Assim sendo, a verossimilhança na expressão de Bayes é a distribuição de Poisson. Para se obter a distribuição a posteriori, em princípio, deveríamos obter a expressão do denominador da expressão de Bayes, o que, em geral, não é uma tarefa trivial. Para o caso geral, deve-se recorrer a técnicas numéricas como Markov Chain Monte Carlo ou Métodos Variacionais (WEBB AND COPSEY, 2011), que tornariam nosso método inviável computacionalmente, pois tais procedimentos teriam que ser repetidos para cada estimação numa janela de similaridade.

A adoção de uma distribuição a priori conjugada `a distribuição de Poisson torna-se então necessária., permitindo obter a distribuição a posteriori com a mesma

forma da distribuição a priori. No caso Poisson, essa distribuição conjugada é a distribuição Gamma e, conforme exposto a seguir, os hiperparâmetros alpha e beta (ou theta e kappa) que definem a distribuição Gamma a posteriori são facilmente obtidos a partir dos correspondentes hiperparâmetros da distribuição Gamma a priori.

Além disso, a adoção da distribuição Gamma a priori para as taxas de contagem não negativas do sinograma é também conveniente do ponto de vista físico, pois a distribuição Gamma é definida na semi-reta não negativa.

Na teoria de probabilidade e estatística, a distribuição *Gamma* é de uma família de dois parâmetros. No uso comum da distribuição *Gamma* temos três parametrizações diferentes, são elas: Parâmetros k e θ, parâmetros $\alpha = k$ e $\beta = 1/\theta$ e a última forma com k e $\mu = k/\beta$. Nas três formas os parâmetros são reais e positivos (KAY, 1993). Neste trabalho as duas primeiras formas de parametrização foram utilizadas, sendo $\alpha = k$ e $\beta = 1/\theta$ para distância de *Kullback Leibler* e a parametrização k e θ para demais distâncias.

Na parametrização $\alpha = k$ e $\beta = 1/\theta$, a variável aleatória X distribuída por *Gamma* é denotada pela equação:

$$X \sim \Gamma(\alpha, \beta) = Gamma(\alpha, \beta) \tag{20}$$

A função densidade de probabilidade é representada por:

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{\beta^{\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)} \; para\; x > 0 \; e \; \alpha, \beta > 0. \tag{21}$$

onde $\Gamma(\alpha)$ é uma função *Gamma* completa.

Na parametrização k e θ, a variável aleatória X distribuída por *Gamma* é denotada pela equação:

$$X \sim \Gamma(k, \theta) = Gamma(k, \theta) \tag{22}$$

e a função densidade de probabilidade é representada por:

$$f(x, k, \theta) = \frac{x^{k-1} e^{-\frac{x}{\theta}}}{\theta^{k} \Gamma(k)} \; para\; x > 0 \; e \; k, \theta > 0. \tag{23}$$

Nas formas de parâmetros representados por $\alpha' \; e \; \beta'$, são apresentados como parâmetros a *posteriori*

$$\alpha' = \alpha + \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{24}$$

e

$$\beta' = \beta + n. \tag{25}$$

O parâmetro α' representa o total de ocorrências em β' intervalos. β' é a taxa ou escala inversa.

Pelo método dos momentos, os estimadores alpha e beta da distribuição a *priori Gamma* são dados por:

$$\alpha = \frac{m^2}{\tau^2} \tag{26}$$

onde média amostral ao quadrado é dividida pela variância amostral sobre a janela de similaridade e

$$\beta = \frac{m}{\tau^2} \tag{27}$$

onde a média amostral é dividida pela variância amostral sobre a janela de similaridade. No capítulo 4 descrevemos de forma detalhada o que é janela de similadirade. Os parâmetros α e β são utilizados como entrada no cálculo da distância estocástica de *Kullback-Leibler*. Para as outras distâncias estocásticas implementadas neste trabalho os parâmetro utilizados são κ e θ, que estão representados pelas equações 28 e 29 respectivamente.

$$k = \alpha \tag{28}$$

O parâmetro k é igual ao parâmetro α da equação 26. Na equação 29 a seguir, demonstramos como é calculado o parâmetro θ.

$$\theta = \frac{1/\beta}{\left(n * 1/\beta\right) + 1} \tag{29}$$

Na equação 29 utiliza-se β da equação 27 e n representa o número total de pixels da janela de similaridade.

3.4. Considerações Finais

A grande maioria dos trabalhos encontrados na literatura apresenta algoritmos que são aplicados no domínio das projeções e principalmente no domínio dos sinogramas. Isso ocorre pelo motivo do ruído *Poisson* possuir um modelo definido nas projeções, o que não ocorre nas imagens reconstruídas (GIRALDO, KELM et al., 2009; GERALDO E MASCARENHAS, 2011).

4. CAPÍTULO – TÉCNICAS NÃO-LOCAIS PARA FILTRAGEM DE RUÍDO

Os algoritmos locais para filtragem de ruído levam em consideração a vizinhança local de um pixel da imagem para a realização da filtragem. O algoritmo NLM compara pequenas regiões da imagem individualmente e não leva em consideração a distância espacial entre estas regiões. Tais regiões são denominadas janelas. O fato de não levar em consideração a distância espacial entre as regiões, caracteriza o nome de filtragem *Non-Local Means*. Algoritmos baseados no NLM constituem o estado-da-arte em filtragem de ruído em imagens.

4.1. Considerações iniciais

O algoritmo NLM é um algoritmo inovador em implementações para redução de ruído em imagens desenvolvido por Buades, Coll e Morel no ano de 2005. A idéia principal e original do algoritmo é que a estimativa de um pixel sem ruído é o valor médio ponderado de todos os pixels da imagem, tais que suas vizinhanças sejam semelhantes à vizinhança do pixel a ser estimado. O algoritmo NLM utiliza a distância euclidiana entre os tons de cinza de vizinhanças de um pixel para calcular os coeficientes do filtro e suas similaridades.

4.2. O algoritmo NLM

Neste capítulo são apresentadas as características originais do algoritmo NLM, mas na dissertação algumas modificações foram realizadas e serão apresentadas em capítulos posteriores.

O algoritmo possui duas características muito importantes em sua estrutura: Primeiro, ele sempre compara pequenas regiões de uma imagem e não os pixels individualmente. Esta função permite melhor qualidade no processamento da imagem; Segundo, a distância espacial entre as vizinhanças dos pixels é desconsiderada o que permite uma melhor exploração de redundância dentro da imagem (BUADES; COLL; MOREL; 2005).

Na proposição original do algoritmo NLM, sempre leva-se em conta a imagem toda para o cálculo do valor do pixel processado. Ele tem esta característica, pois a princípio as imagens naturais possuem áreas redundantes. A Figura 4.1 nos mostra partes redundantes de uma imagem.

Figura 4.1: Conjunto de paches ou janelas similares.

As comparações entre áreas da imagem que não são vizinhas são realizadas através das janelas. Essas comparações são realizadas para substituição do pixel ruidoso a ser filtrado ou substituído. Janelas são utilizadas para comparações do pixel a ser filtrado com outros pixels da imagem. A janela de similaridade é a vizinhança do pixel observado a ser filtrado e a janela de busca consiste idealmente na janela de pixels que serão comparados ao pixel a ser filtrado para atribuição do novo valor do pixel.

A figura 4.2 faz uma apresentação de como o pixel na posição 5x5 de um imagem é filtrado. O pixel é representado como pixel central a ser filtrado e é filtrado com a utilização da janela de similaridade de tamanho 3x3 e janela de busca com tamanho 9x9. Cada pixel da imagem é representado por um ponto na imagem.

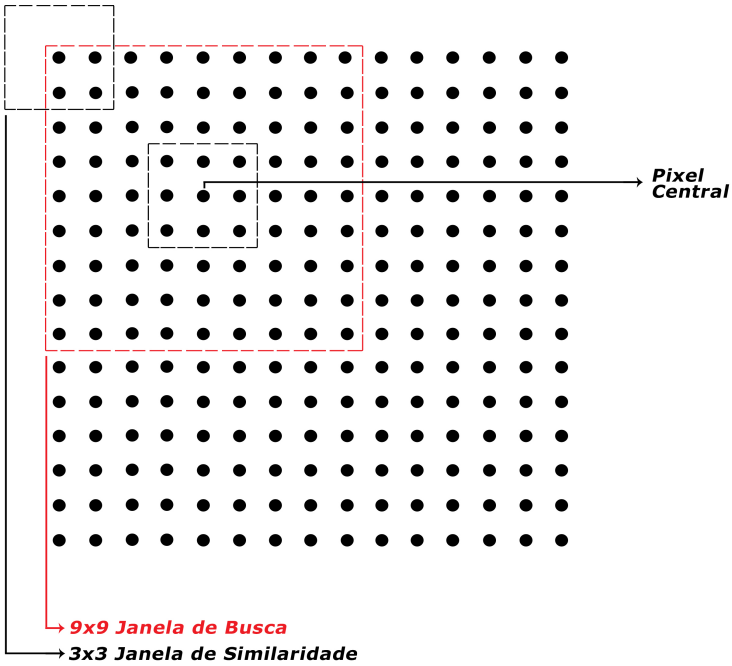

Figura 4.2: Demonstração de janela de similaridade, janela de busca e pixel central.

4.2.1. Descrição do Algoritmo

O algoritmo proposto por Buades, Coll e Morel (2005) tem como objetivo obter uma estimativa $\widehat{X} = \{\hat{x}_i | i \in I\}$ da imagem original, onde $\hat{x}_i$ é adquirido através da média ponderada de todos os pixels da imagem, $X = \{x_i | i \in I\}$ é uma imagem livre de ruído definida sobre uma grade bidimensional I e x_i é o valor do pixel na coordenada i. Dada uma imagem ruidosa $Y = \{y_i | i \in I\}$ como resultado de uma degradação de X por ruído, o cálculo da média ponderada é determinado pela equação.

$$\hat{x}_i = \sum_{j \in I} w_{ij} y_j \tag{30}$$

onde as condições $0 \leq w_{ij} \leq 1$ e $\sum_{j \in I} w_{ij} = 1$ são satisfeitas. Os pesos $\{w_{ij}\}$ no filtro são dependentes da distância euclidiana entre valores dos pixels da vizinhança dentro de i e j. Conforme (SALMON, 2010), janelas de busca com tamanhos de até 15x15 garantem bons resultados. A vizinhança ou janela de similaridade de um pixel é definida por uma janela quadrada ao redor do pixel a ser estimado, e o tamanho desta janela pode variar. Os pesos $\{w_{ij}\}$ são calculados da seguinte maneira:

$$w_{ij} = \frac{1}{w_i} \exp\left(-\frac{1}{h^2} \left\| y_i - y_j \right\|_{2,a}^2\right) \tag{31}$$

onde $w_i = \sum_{j \in I} w_{ij}$ é um fator de normalização, h é um parâmetro de filtragem que controla a intensidade do filtro, e y_i e y_j são de valores de intensidade de cinza dos pixels da vizinhança centralizada em i e j.

A variação do parâmetro h controla a intensidade do filtro. Quando o valor de h tende a zero ($h \to 0$), a imagem se aproxima da imagem ruidosa e quando o mesmo tende ao infinito ($h \to \infty$), o filtro possui resultados semelhantes a um filtro de médias.

A distância euclidiana ponderada é representada pela equação $\left\| y_i - y_j \right\|_{2,a}^2$, utilizando um *Kernel* Gaussiano g_a com desvio padrão a. O detalhamento desta equação segue abaixo:

$$\left\| y_i - y_j \right\|_{2,a}^2 = \frac{1}{\sum_{b \in P} g_a(b)} \left(\sum\nolimits_{b \in P} g_a(b) \,.\, \left(y_{i+b} - y_{j+b}\right)^2 \right) \tag{32}$$

Inicialmente, o algoritmo NLM foi criado para redução de ruído aditivo gaussiano branco, que é descrito pela equação: $Y = X + Z$ com $Z = \{z_i\}_{i \in I}$ sendo as variáveis aleatórias com distribuição normal, média zero e variância $\sigma^2, z_i, \sim N(0; \sigma^2)$.

A equação:

$$E\left[\left\| y_i - y_j \right\|_{2,a}^2\right] = \left\| x_i - x_j \right\|_{2,a}^2 + 2\sigma^2 \tag{33}$$

demonstra que a ordem de similaridade entre duas vizinhanças de pixels sempre é preservada pela distância euclidiana conforme equação 32. Demonstra também que distância euclidiana ponderada é uma métrica de similaridade entre vizinhanças de um pixel muito eficaz. Resumidamente, a distância dos pixels ruidosos é muito próxima com as vizinhanças livres de ruídos quando o volume de ruído é baixo (BUADES; COLL; MOREL; 2005).

No algoritmo 1 abaixo, são descritos os passos necessários para execução do filtro NLM com distâncias estocásticas.

Algoritmo 1: $\hat{X} = nlm(h, \widehat{\lambda_0}, y)$. Recebe na entrada a imagem ruidosa Y; Uma imagem pré-filtrada $\widehat{\lambda_0}$; e y parâmetro de filtragem. A saída do algoritmo é a imagem filtrada $\hat{X}$.

01:	Para cada $i \in I$:	Para Cada Pixel da imagem
02:	$\hat{x}[i] \leftarrow 0$;	Pixel de Saída
03:	$W \leftarrow 0$;	Somatória de Pesos
04:	$w_{max} \leftarrow 0$;	Maior peso da janela de busca
05:	Para cada $j \in \Omega_i, j \neq i$	Pixel da janela de busca
06:	$d_{ij} \leftarrow \sum_{b \in P} d_\Lambda(\widehat{\lambda_0}[i], \widehat{\lambda_0}[j])$;	Distância Estocástica
07:	$w_{ij} \leftarrow \exp\left\{-\frac{d_{ij}}{y}\right\}$;	Exponencial do peso
08:	$W \leftarrow W + w_{ij}$;	Somatória de Pesos
09:	$w_{max} \leftarrow \max\{w_{max}, w_{ij}\}$;	Busca maior peso
10:	$\hat{x}[i] \leftarrow \hat{x}[i] + w_{ij} y[j]$;	Atualização da Média
11:	Fim Para	
12:	$\hat{x}[i] \leftarrow w_{max} * \hat{x}[i]$;	Cálculo maior peso
13:	$W \leftarrow W + w_{max}$;	Somatória de Pesos
14:	$\hat{x}[i] \leftarrow \frac{\hat{x}[i]}{W}$;	Normalização da Média
15:	Fim Para	
16:	Retorna $\hat{X} = \{\hat{x}[i]\}_{i \in I}$;	Retorna imagem filtrada

O algoritmo 1 itera sobre cada pixel da imagem ruidosa. Através da estrutura de repetição demonstrada na linha 01, a filtragem na janela de busca é realizada entre as linhas 05 e 11 ignorando sempre o pixel central. O peso do filtro é calculado na linha 07 e o acúmulo dos cálculos das distâncias estocásticas acontece na linha 10. A cada iteração do algoritmo, o peso máximo é armazenado, isso acontece na linha 09. Na linha 12 o maior peso é atribuído à amostra central e a soma dos pesos é atualizada na linha 13.

O algoritmo 1, descreve como funciona o algoritmo NLM já com a utilização de distâncias estocásticas. Lembrando que o algoritmo original NLM utiliza a média ponderada para cálculo dos pesos no local das distâncias estocásticas (BINDILATTI, 2013).

Alguns dos sinogramas filtrados com os algoritmos propostos neste trabalho possuem regiões ou bordas cujos valores assumidos pelo pixel são muito maiores do que a média geral do sinograma. Estes pixels com valores altos geravam problemas na reconstrução da imagem filtrada. Para resolver este problema, os pixels cujo valor é muito alto em relação aos demais são ignorados e não são filtrados. Com esta técnica o problema que existia com as bordas do sinograma na reconstrução da imagem foram resolvidos.

Um outro item importante para adequação dos algoritmos propostos para o processamento das imagens deste trabalho foram as bordas da imagem do sinograma. Quando um pixel próximo à borda da imagem é filtrado, sua janela de busca pode possuir um tamanho que ultrapasse a borda da imagem. Para solucionar este problema um "espelhamento" dos pixels da imagem é realizado.

Além dos tratamentos citados anteriormente para um bom funcionamento dos parâmetros, utilizamos um método de normalização sobre as imagens para que os valores de parâmetros não fossem calculados de forma incorreta. Algumas funções utilizadas para cálculos das distâncias estocásticas não aceitam valores que não correspondem a estas funções, e para resolver este problema as imagens sofreram uma normalização. Esta normalização é realizada dividindo o valor de cada pixel da imagem pelo maior valor encontrado em todos os pixels da imagem. Desta forma todos os pixels da imagem passam a ter valores entre 0 e 1.

4.2.2. Complexidade do Algoritmo

Observando as fórmulas e como o algoritmo NLM opera, é possível calcular e prever sua complexidade. Para o cálculo de cada pixel da imagem, uma série de cálculos devem ser realizados para se estimar o novo valor de um pixel, percorrendo sempre toda a imagem. Para detalhar melhor, suponhamos uma imagem com N pixels e vizinhança

de |P| pixels, com estes dados conseguimos mensurar a complexidade do NLM, que é de $O(N^2|P|)$ (BROX; KLEINSCHMIDT; CREMERS; 2008).

Neste trabalho vamos utilizar uma nova abordagem que reduz a complexidade do algoritmo NLM. Esta abordagem também foi utilizada por Buades, Coll e Morel (2005), onde ao invés de se fazer a comparação por todos os pixels da imagem, utilizam uma abordagem onde esta comparação é realizada dentro de uma janela de busca centralizada no mesmo pixel a ser observado dentro da imagem. Esta janela de busca onde ficam todos os pixels observados obviamente deve ser maior do que a janela de similaridade. Com esta modificação a complexidade do algoritmo passa a ser de $O(N.|P||\Omega|)$, onde N é o número total de pixels da imagem completa e $|\Omega|$ é o número de pixels da janela de busca dentro da imagem, que deve obrigatoriamente ser menor do que a imagem. Com isso temos a redução da complexidade do algoritmo e ganho de desempenho nas aplicações realizadas (BUADES; COLL; MOREL; 2005).

Algumas outras variações de implementação do algoritmo NLM são encontradas na literatura, onde autores defendem novas extensões e novas reescritas do código NLM para ganho de desempenho. Para o trabalho desenvolvido todas as possibilidades foram apresentadas e caracterizadas. Os resultados serão apresentados nos próximos capítulos.

4.2.3. Parâmetros do algoritmo NLM

Para se obter bons resultados com o algoritmos NLM, são necessários a configuração e ajuste de forma correta de alguns parâmetros. Estes parâmetros são importantes, pois modificam a qualidade final dos resultados obtidos. Os principais parâmetros são: o parâmetro de filtragem h, a janela de busca e a janela de similaridade.

O primeiro parâmetro, que se refere ao parâmetro de filtragem h, controla a redução de ruído e suavização da imagem. Como mencionado anteriormente em 4.2.1, quando o valor de h tende a zero ($h \rightarrow 0$) menor será a atenuação do ruído e quando o parâmetro tende ao infinito ($h \rightarrow \infty$) resulta no borramento da imagem.

Um bom valor para este parâmetro h deve preservar detalhes pequenos da estrutura da imagem e atenuação do ruído. Buades, Coll e Morel (2005) sugerem o valor de $h = \gamma.\sigma$, onde γ é uma constante escolhida através de experimentos e σ é o desvio padrão do ruído aditivo.

Outro fator importante é a escolha do tamanho da janela de similaridade. Ela deve possuir um tamanho robusto o suficiente para não prejudicar a qualidade do processamento e diminuição do ruído. Não pode ser muito grande para não perder as informações locais da imagem.

Uma janela de similaridade grande além de aumentar a complexidade do algoritmo, também pode levar a conteúdo não local, cujas características não são tão parecidas com a área do pixel central. Tamanhos mais utilizados na janela de similaridade são 5x5, 7x7 e 9x9 (BUADES; COLL; MOREL; 2005).

Na formulação original do algoritmo NLM, a janela de busca se refere a todos os pixels da imagem. O objetivo da janela de busca menor do que o tamanho da imagem é diminuir a complexidade do algoritmo, reduzindo seu custo computacional. Esta abordagem também ficou extremamente importante para manutenção e preservação de detalhes de uma região da imagem.

Experimentalmente, janelas de buscas em imagens naturais maiores do que 15x15 não oferecem ganhos importantes na qualidade da imagem, podendo inclusive haver queda de desempenho na qualidade em relação `a medida PSNR. Com o aumento do tamanho da janela de busca, um número maior de pixels não similares podem ser introduzidos na estimativa do algoritmo. Então, utilizar uma janela de busca muito grande, fará com que quantidade de pixels dissimilares entrem no processamento do algoritmo (SALMON; 2010).

4.2.4. Métricas de Similaridade

Inicialmente, o algoritmo NLM foi proposto com o intuito de filtragem de imagens corrompidas com ruído aditivo gaussiano branco. Ele utiliza a distância euclidiana como métrica de similaridade para melhorar seu desempenho. Na literatura existem várias abordagens diferentes para se trabalhar com métricas de similaridade.

Heidarsadeh e Avanaki (2007) utilizam informações de borda da imagem para incorporar as métricas originais propostas por Buades, Coll e Morel (2005). Tasdizen (2009) propõe que vetores de tons de cinza sejam diminuídos, fazendo com que as métricas originais sejam computadas com dimensionalidades menores e ganhando desempenho. Ji et al. (2009) utiliza outra métrica de similaridade baseada nos

momentos normalizados de Zernike. Binnae e Hasanzadeh (2011) utilizam métricas baseadas na lógica fuzzy para imagens com ruído speckle.

Este trabalho utiliza como métricas de similaridade, 4 distâncias estocásticas para a distribuição *Gamma*, levando-se em consideração a conjugação das distribuições *Poisson* e *Gamma*. Bindilatti (2013) utiliza as distâncias estocásticas para a distribuição *Poisson*. Esta é uma das características principais do referido trabalho, ou seja, utilizar novas distâncias estocásticas como métricas de similaridade.

4.3. Considerações Finais

O algoritmo original proposto por Buades, Coll e Morel (2005) leva em consideração pequenas regiões (janelas de similaridade) de pixels para realizar operações em toda a imagem. O algoritmo é simples de implementar e com as modificações realizadas sua complexidade é reduzida além de manter pequenas características importantes nas imagens e obter bons resultados.

O valor livre de ruído de um determinado pixel é calculado de forma aproximada através do cálculo dos seus vizinhos (janela de similaridade). Estes valores são comparados com todas as janelas de similaridade de todos os pixels da imagem. Com a implementação da janela de busca, estas comparações são realizadas somente com as janelas de similaridades dos pixels dentro da janela de busca (BINDILATTI, 2013).

Este trabalho segue o princípio de utilização modelo estocástico da conjugação das distribuições *Gamma* e *Poisson* para estimação de parâmetros. As distâncias estocásticas para a distribuição *Gamma* são utilizadas.

5. CAPÍTULO – DISTÂNCIAS ESTOCÁSTICAS

No capítulo anterior, discutimos sobre o funcionamento do algoritmo NLM. Vimos também que métricas de similaridade são extremamente importantes para um bom desempenho do algoritmo. Distâncias estocásticas são métricas que nos permitem medir a "distância" entre duas distribuições de probabilidade.

5.1. Considerações Iniciais

Divergências estatísticas são métricas capazes de caracterizar a separabilidade entre distribuições de probabilidade. Estas métricas acrescidas de simetria são conhecidas como distâncias estocásticas. Como o objetivo do trabalho é comparar duas janelas, as distâncias estocásticas serão utilizadas para as métricas de similaridade.

Nascimento, Cintra e Frery (2010), utilizam oito distâncias estocásticas para dados corrompidos por ruído *speckle*. São elas: (1) *Kullback-Leibler*, (2) *Rényi*, (3) *Hellinger*, (4) *Bhattacharyya*, (5) *Jensen-Shannon*, (6) Aritmética-Geométrica, (7) Triangular e (8) Média-Harmônica. Neste trabalho serão utilizadas a distâncias *Kullback-Leibler, Rényi, Hellinger* e *Bhattacharryya*. Estas distâncias estocásticas possuem dedução para a distribuiçãoo *Gamma*, que é conjugada com a distribuição *Poisson*.

5.2. Métricas de Divergência

Métricas de divergências medem distâncias entre duas distribuições de probabilidade. O conceito de distâncias estocásticas veio destas métricas de divergências. Através delas, é possível assumir valores de acordo com a diferença ou discrepância entre duas distribuições de probabilidade. Quando maior a diferença entre duas distribuições, maior é o coeficiente que caracteriza a distância entre elas (PARDO, 2006).

Salicru et. al. (1994) propuseram uma classe generalizada de divergências, denominada classe (h, ϕ) de divergências, que possui como exemplos as divergências

de *Kullback Leibler* (KULLBACK LEIBLER; 1951), *Rényi* (RÉNYI, 1961), *Hellinger* e *Bhattacharyya* (BHATTACHARYYA; 1943).

Embora essas divergências não sejam distâncias, pois podem não satisfazer a desigualdade do triângulo e simetria, elas são facilmente transformadas em distâncias obtendo-se a média entre uma divergência e sua versão simétrica (NASCIMENTO et al, 2010).

Nascimento, Cintra e Frery (2010), utilizam como expressão geral para as divergências, a seguinte equação:

$$D_{\phi}^{h}(X,Y) = h\left(\int_{j} \phi\left(\frac{f_x(x;\theta_1)}{f_y(x;\theta_2)}\right) f_y(x;\theta_2)dx\right) \tag{34}$$

onde X e Y representam variáveis aleatórias dentro do mesmo espaço de probabilidade, e funções de densidade dadas por $f_x(x;\theta_1)$ e $f_y(x;\theta_2)$, com $j \subset \mathbb{R}$. A função $h: (0,\infty) \rightarrow [0,\infty)$ é crescente, convexa e $h(0) = 0$.

5.3. Distâncias Estocásticas

Com a equação 35, podemos tornar simétricas as divergências, utilizando a seguinte equação:

$$D_{\phi}^{h}(X,Y) = \frac{D_{\phi}^{h}(X,Y) + D_{\phi}^{h}(Y,X)}{2} \tag{35}$$

No trabalho de Nascimento, Cintra e Frery (2010), oito distâncias estocásticas foram propostas baseadas na classe de divergências (h,ϕ) e foram testadas em imagens corrompidas por ruído *speckle*. As expressões gerais das oito distâncias seguem enumeradas abaixo:

(1) Kullback-Leibler

$$d_{KL}(X,Y) = \frac{1}{2}\int (f_{x-}f_y) ln\left(\frac{f_x}{f_y}\right)$$

(2) *Rényi*, com $\mathbf{0} < \boldsymbol{\beta} < \mathbf{1}$.

$$d_R^{\beta}(X,Y) = \frac{1}{\beta - 1}\ln\left(\frac{\int f_X^{\beta} f_Y^{1-\beta} + f_X^{1-\beta} f_X^{\beta}}{2}\right)$$

(3) Hellinger

$$d_h(X,Y) = 1 - \int \sqrt{f_X f_Y} = 1 - exp\left(-\frac{1}{2} d_R^{\frac{1}{2}}(X,Y)\right)$$

(4) Bhattacharyya

$$\boldsymbol{d_B(X,Y) = -ln\left(\int \sqrt{f_X f_Y}\right) = -ln(1 - d_H(X,Y))}$$

(5) Jensen-Shannon

$$d_{JS}(X,Y) = \frac{1}{2}\left[\int f_X ln\left(\frac{2f_X}{f_Y + f_X}\right) + \int f_Y ln\left(\frac{2f_Y}{f_Y + f_X}\right)\right]$$

(6) Aritmética-Geométrica

$$d_{AG}(X,Y) = \frac{1}{2}\int (f_X + f_Y) ln\left(\frac{f_Y + f_X}{2\sqrt{f_Y f_X}}\right)$$

(7) Triangular

$$d_T(X,Y) = \int \frac{(f_X - f_Y)^2}{f_X + f_Y}$$

(8) Média-Harmônica.

$$d_{HM}(X,Y) = -ln\left(\int \frac{2f_X f_Y}{f_X + f_Y}\right) = -\ln\left(1 - \frac{d_T(X,Y)}{2}\right)$$

As distâncias D_ϕ^h obtidas foram empregadas com problemas em teste de hipóteses. Contudo, o foco deste trabalho é a aplicação das distâncias estocásticas para comparação de distribuições de probabilidade para estimação e não em teste de hipóteses. Resumidamente, consiste em obter as distâncias entre janelas para filtragem não local e não decisão booleana entre hipóteses.

5.4. Distâncias Estocásticas para a Distribuição *Gamma*

Neste trabalho são utilizadas quatro distâncias estocásticas para a distribuição *Gamma*, que é conjugada à distribuição *Poisson*. As formas fechadas das mesmas são apresentadas a seguir. Foi possível somente a obtenção das quatro distâncias dentre as oito apresentadas.

5.4.1. Distância *Kullback-Leibler*

A distância K-L é baseada na forma simétrica da divergência K-L, proposta no trabalho de *Kulback* e *Leibler* (1951) e é representada pela seguinte expressão:

$$D_{KL}(X,Y) = \int_{-\infty}^{\infty} ln\left(\frac{f_X(x)}{f_Y(x)}\right) f_X(x)dx \tag{36}$$

onde X e Y se apresentam como variáveis aleatórias contínuas e suas respectivas funções de densidade de probabilidade f_X e f_Y. Quando as variáveis são aleatórias discretas, a equação se apresenta como:

$$D_{KL}(X,Y) = \sum_{-\infty}^{+\infty} ln\left(\frac{P_X(x)}{P_Y(x)}\right) P_X(x) \tag{37}$$

Mathiassen, J. R.; Skavhaug, A.; Bø, K. (2002) apresentam no trabalho a expressão fechada de divergência de *Kullback-Leibler*. Aplicando a equação 35 vista no item 5.3, temos a expressão fechada para a distância estocástica de *Kullback-Leibler* para a distribuição *Gamma*, como segue:

$$\begin{aligned} KL_{Gamma}(q;p) = \Bigg(& \sum_{j=1}^{N} \Bigg[\left(\alpha_j^{(q)} - 1\right)\psi\left(\alpha_j^{(q)}\right) - log\beta_J^{(q)} - \alpha_j^{(q)} - \log\Gamma\left(\alpha_j^{(q)}\right) + \\ & log\Gamma\left(\alpha_j^{(p)}\right) + \alpha_j^{(p)} log\beta_j^{(p)} - \left(\alpha_j^{(p)} - 1\right)\left(\psi\left(\alpha_j^{(q)}\right) + log\beta_j^{(q)}\right) + \frac{\alpha_j^{(q)}\beta_j^{(q)}}{\beta_j^{(p)}} \Bigg] + \\ & \sum_{j=1}^{N} \Bigg[\left(\alpha_j^{(p)} - 1\right)\psi\left(\alpha_j^{(p)}\right) - log\beta_J^{(p)} - \alpha_j^{(p)} - \log\Gamma\left(\alpha_j^{(p)}\right) + log\Gamma\left(\alpha_j^{(q)}\right) + \\ & \alpha_j^{(q)} log\beta_j^{(q)} - \left(\alpha_j^{(q)} - 1\right)\left(\psi\left(\alpha_j^{(p)}\right) + log\beta_j^{(p)}\right) + \frac{\alpha_j^{(p)}\beta_j^{(p)}}{\beta_j^{(q)}} \Bigg] \Bigg) / 2 \end{aligned} \tag{38}$$

5.4.2. Distância Rényi

Quando a divergência de *Rényi* é de ordem $\beta = 1$ demonstra-se que coincide com a divergência de K-L (VAN ERVEN; HARREMOES; 2014).

No trabalho de Gil, Alajaji e Linder (2013), é apresentada a expressão de forma fechada para a divergência de *Rényi* para a distribuição *Gamma* e aplicando a equação 35 temos a expressão fechada para a distância de *Rényi* conforme segue:

$$d_R^{\beta} = \left(\left(ln\left(\frac{\Gamma(k_j)\theta_j^{k_j}}{\Gamma(k_i)\theta_i^{k_i}} \right) + \frac{1}{\alpha - 1} ln\left(\frac{\Gamma(k_\alpha)}{\theta_i^{k_i}\Gamma(k_i)} \left(\frac{\theta_i\theta_j}{\theta_\alpha^*} \right)^{k_\alpha} \right) \right) + \left(ln\left(\frac{\Gamma(k_i)\theta_i^{k_i}}{\Gamma(k_j)\theta_j^{k_j}} \right) + \frac{1}{\alpha - 1} ln\left(\frac{\Gamma(k_\alpha)}{\theta_j^{k_j}\Gamma(k_j)} \left(\frac{\theta_j\theta_i}{\theta_\alpha^*} \right)^{k_\alpha} \right) \right) \right) / 2 \quad (39)$$

onde $\theta_\alpha^* = \alpha\theta_j + (1-\alpha)\theta_i$, $k_\alpha = \alpha k_i + (1-\alpha)k_i$, e obrigatoriamente θ_α^* e k_α devem ser maiores que 0.

5.4.3. Distância Hellinger

Abraão, Nascimento e Frery (2010) apresentam a distância *Hellinger* conforme segue:

$$d_H(X,Y) = 1 - \int \sqrt{f_X f_Y} = 1 - exp\left(-\frac{1}{2} d_R^{\frac{1}{2}}(X,Y) \right) \quad (40)$$

5.4.4. Distância Bhattacharyya

A distância de *Bhattacharyya* para a distribuição é apresentada por Abraão, Nascimento e Frery (2010) conforme a expressão a seguir:

$$d_B(X,Y) = -log\left(\int \sqrt{f_X f_Y} \right) = -log\big(1 - d_H(X,Y)\big) \quad (41)$$

5.5. Considerações Finais

As distâncias estocásticas exigem estimacão dos parâmetros de entrada para os cálculos das distâncias. Foram utilizadas duas parametrizações da distribuição *Gamma*,

ou seja: α e β para a distância de *KullBack Leibler* e K e θ para demais distâncias, conforme apresentado no item 3.3 deste trabalho.

Um fator que temos que levar em consideração na utilização das distâncias estocásticas é a forma de se estimar os parâmetros do modelo. Um outro item importante das distâncias estocásticas é o fato de nem todas possuírem forma fechada (NASCIMENTO; CINTRA E FRERY; 2010).

6. CAPÍTULO – METODOLOGIA E EXPERIMENTOS

6.1. Considerações Iniciais

O custo computacional do algoritmo NLM é alto, pois a janela de busca (P) do algoritmo original percorre todos os pixels (N) da imagem gerando uma complexidade de $O(N^2|P|)$ (BROX; KLEINSCHMIDT, CREMERS, 2008). Uma alteração no algoritmo será feita para redução de seu custo. Considerando que as imagens capturadas possuem inúmeras áreas redundantes, a janela de busca será reduzida para janelas centralizadas no pixel central da janela de similaridade. Obviamente a janela de busca deve ser maior do que a janela de similaridade. Com estas alterações a complexidade do algoritmo passa a ser de $O(N.|P||\Omega|)$ onde $|\Omega|$ representa o número de pixels da janela de similaridade dentro da janela de busca como visto no item 4.2.2 deste trabalho.

Vários tamanhos de janelas de similaridade e de busca serão testados no processo de filtragem da imagem com o algoritmo NLM proposto. Os tamanhos utilizados nas janelas de similaridade serão de 3x3 até 11x11, já as janelas de busca vão variar de 5x5 até 13x13. Estes tamanhos influenciam diretamente no resultado da filtragem da imagem.

O NLM original utiliza a distância euclidiana como métrica de similaridade entre duas janelas. Esta distância é uma métrica confiável para ruído gaussiano, mas não para outros modelos de ruídos.

6.2. Filtro da Média (Pré-Suavização)

Nesta seção do trabalho, vamos abordar o conceito de Pré-Suavização de uma imagem pela aplicação do filtro de média. O objetivo principal da aplicação do filtro de média é aproximar a imagem original ruidosa ao modelo de distribuição *Gamma* a partir da imagem ruidosa descrita pela distribuição *Poisson,* para que possam ser estimados os parâmetros da distribuição *Gamma a priori* e *a posteriori*.

O filtro de média é um filtro simples de se implementar e muito eficiente no propósito de filtragem de imagens. Quando um filtro de média é aplicado em uma

imagem, ele reduz a quantidade de variação de intensidade de um pixel em relação aos seus vizinhos, suavizando ou eliminando ruídos (GONZALEZ E WOODS; 2002).

A idéia do algoritmo de filtro de média é simplesmente substituir cada pixel da imagem pelo valor médio de seus vizinhos e o próprio pixel. Com a utilização deste filtro, os pixels que têm um valor representativo ou muito diferente de seus vizinhos são eliminados. O filtro de média é um filtro linear que determina uma janela ao redor do pixel central para o cálculo da média e consequentemente o novo valor do pixel (GONZALEZ E WOODS, 2002).

A média é calculada a partir da soma dos elementos da janela e dividida pela quantidade total deles. Todos os pixels possuem o mesmo peso para o cálculo da média. Desta forma temos o valor médio da intensidade de cada pixel da janela (GONZALEZ E WOODS; 2002). Neste trabalho foram utilizados janelas de tamanhos 3x3 para pré-suavização da imagem.

A equação abaixo representa o cálculo da média:

$$\mu = \frac{\sum_{k-1}^{n}(p_{ki})}{n} \tag{42}$$

onde o cálculo da média μ, ou valor esperado de um pixel i é calculado pela somatória dos valores de cada pixel p de todos os elementos da janela n. O valor de n é calculado multiplicando o número de linhas pelo número de colunas da janela. Este processo se repete para todos os pixels da imagem, concluindo assim o filtro de média ou pré-suavização da imagem, obtendo uma estimativa preliminar das taxas de contagem do processo *Poisson*.

6.3. Filtragem de ruído em CT no domínio do sinograma utilizando o algoritmo NLM

Existem diversas técnicas para a filtragem de ruído *Poisson*. As técnicas utilizadas neste trabalho consistem na aplicação do processamento do algoritmo NLM no domínio do sinograma.

Nas imagens corrompidas por ruído *Poisson*, a variância do ruído depende do sinal. Este fator dificulta a formulação de métodos para filtragem do ruído *Poisson*.

A transformada de Radon (RADON, 1917) é aplicada sobre a imagem original do *Phantom* de *Shepp-Logan*, ocorrendo a transformação da imagem em um sinograma. Isso acontece pois esta imagem é simulada. Para outras imagens deste trabalho esta operação não é necessária. Após este processo, o filtro NLM é aplicado com as distâncias estocásticas. O momento da aplicação do filtro acontece no domínio 2D do sinograma e posteriormente, para que a imagem possa voltar ao seu formato original, a transformada inversa de Radon é aplicada a todas imagens.

6.4. Avaliação de Resultados

Duas métricas para avaliação quantitativa das imagens são utilizadas neste trabalho. A métrica PSNR (*peek signal-to-noise ratio*) e SSIM (*structural similarity index*). As duas métricas dependem de uma imagem referência para obtenção e análise dos resultados. A PSNR é baseada no erro médio quadrático e a SSIM apresenta uma métrica de correlação com o sistema de visão do ser humano.

6.4.1. *Peek Signal-to-Noise Ratio* – PSNR

Peek Signal-to-Noise (PSNR) é uma das métricas quantitativas utilizadas neste trabalho. A equação que define esta medida é:

$$PSNR = 10log_{10}\left(\frac{MAX_X^2}{MSE(X,\hat{X})}\right) \tag{43}$$

É definida pela razão entre a potência máxima de um sinal qualquer (*peak*) e o erro médio quadrático de sua estimativa. Na equação acima citada, X é a imagem de referencia e $\hat{X}$ a imagem filtrada. MAX_X^2 representa o valor máximo possível que o sinal pode ter, onde normalmente este valor se refere a $MAX_X^2 = 255^2$ em imagens de 8-bits. MSE se refere ao erro médio quadrático entre as duas imagens.

O MSE é identificado pela seguinte equação:

$$MSE\left(X,\hat{X}\right) = \sum_{i=1}^{N}(x_i - \hat{x}_i) \tag{44}$$

6.4.2. *Structural Similarity Index* – SSIM

Esta métrica é a segunda métrica utilizada neste trabalho, na avaliação de similaridade entre duas imagens. Foi proposta por Wang *et al.* (2004) e respeita ou tenta simular as características do sistema de visão do ser humano. Utiliza três critérios para a comparação entre imagens:

(1) Comparação da luminância, $[\boldsymbol{L}(\boldsymbol{X_1}, \boldsymbol{X_2})]^{\boldsymbol{\alpha}}$;

(2) Comparação de contraste, $[\boldsymbol{C}(\boldsymbol{X_1}, \boldsymbol{X_2})]^{\boldsymbol{\beta}}$;

(3) Comparação estrutural, $[\boldsymbol{S}(\boldsymbol{X_1}, \boldsymbol{X_2})]^{\boldsymbol{\gamma}}$.

Estes três itens, são incorporados como segue:

$$SSIM = [L(X_1, X_2)]^{\alpha}.[C(X_1, X_2)]^{\beta}.[S(X_1, X_2)]^{\gamma} \tag{45}$$

onde $\alpha > 0, \beta > 0\ e\ \gamma > 0$ são os parâmetros responsáveis para determinar o peso e a importância de cada um dos critérios de comparação no resultado final. Os valores nesta métrica sempre assumem os resultados entre [-1,1].

Abaixo, listamos as três equações dos critérios:

(1) Comparação da luminância, $[\boldsymbol{L}(\boldsymbol{X_1}, \boldsymbol{X_2})]^{\boldsymbol{\alpha}}$;

$$L(X_1, X_2) = \left(\frac{2\mu_{X_1}\mu_{X_2} + C_1}{\mu_{X_1}^2 + \mu_{X_2}^2 + C_1}\right)$$

(2) Comparação de contraste, $[\boldsymbol{C}(\boldsymbol{X_1}, \boldsymbol{X_2})]^{\boldsymbol{\beta}}$;

$$C(X_1, X_2) = \left(\frac{2\sigma_{X_1}\sigma_{X_2} + C_2}{\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + C_2}\right)$$

(3) Comparação estrutural, $[\boldsymbol{S}(\boldsymbol{X_1}, \boldsymbol{X_2})]^{\boldsymbol{\gamma}}$.

$$S(X_1, X_2) = \left(\frac{\sigma_{X_1X_2} + C_3}{\sigma_{X_1}.\sigma_{X_2} + C_3}\right)$$

onde μ_{X_1} e μ_{X_2} são médias de X_1 e X_2, σ_{X_1} e σ_{X_2} representam o desvio padrão de X_1 e X_2 e $\sigma_{X_1X_2}$ é o coeficiente de correlação entre X_1 e X_2. C_1, C_2 e C_3 são as constantes positivas que estabilizam os termos.

Esta métrica computa as informações localmente em uma imagem. Isso significa que as medidas estatísticas acima citadas são capturadas através de cálculos em uma janela local que vai se movendo por toda imagem. O resultado do SSIM para comparar duas imagens é resultado de uma média obtida por todos os valores locais do índice.

6.5. Considerações finais

A Figura 6.1 demonstra um diagrama que representa todas etapas realizadas para processamento do algoritmo proposto descrito neste capítulo.

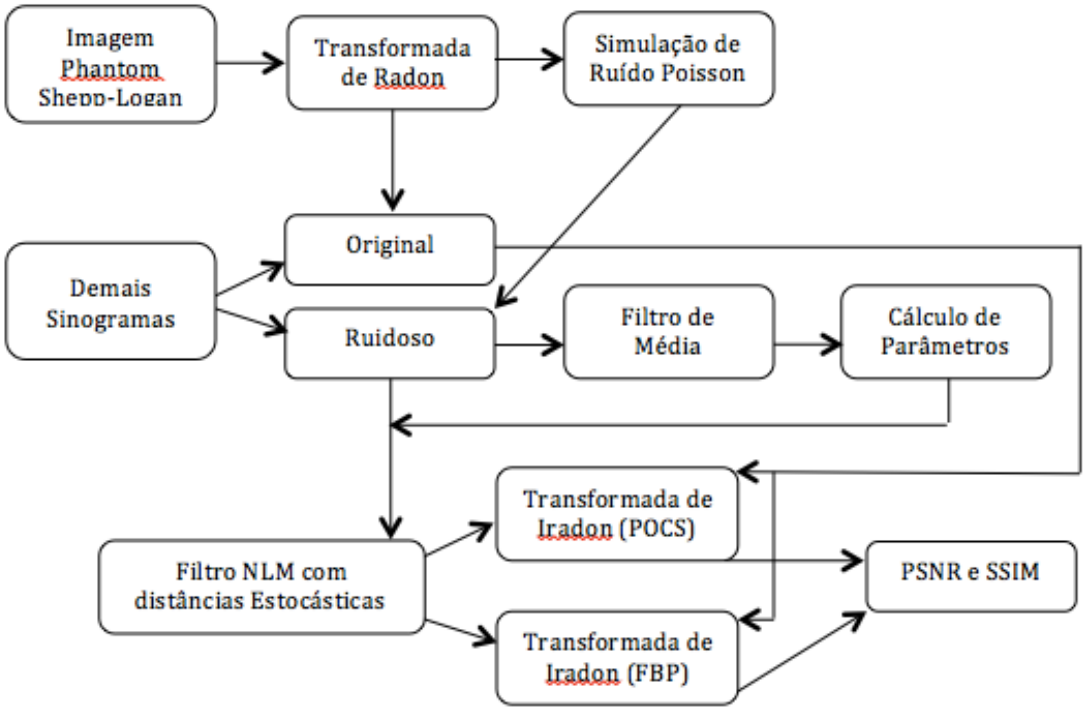

Figura 6.1: Diagrama de etapas do processamento dos *Phantoms*.

No próximo capítulo os melhores resultados dos filtros aplicados são apresentados e estes resultados são comparados com resultados de outros algoritmos de processamento de imagens.

7. CAPÍTULO – RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com aplicação de todos métodos propostos. Alguns fatores são utilizados em todos tópicos deste capítulo como parte integrante dos resultados obtidos. Todos os testes e cálculos utilizaram os algoritmos de reconstrução FBP e POCS, que implementam a Transformada Inversa de *Radon* e as distâncias estocásticas *Kullback-Leibler, Rényi, Hellinger e Bhattacharyya* para a distribuição *Gamma*.

Os tamanhos das janelas de similaridade utilizados foram 3x3, 5x5, 7x7, 9x9 e 11x11, os tamanhos de janelas de busca utilizados foram 5x5, 7x7, 9x9, 11x11 e 13x13, todos os cálculos utilizaram o parâmetro $h = 0.1$ e janela de suavização para cálculo de parâmetros de 3x3.

Em todas as tabelas de resultados dos filtros aplicados, somente são descritos e apresentados alguns dos melhores resultados, já que a quantidade de testes e resultados totais é muito grande e muitos deles não apresentam valores significativos para apresentação.

Vale ressaltar que todos os resultados apresentados foram arredondados para apenas duas casas decimais. Esta forma de apresentação dos resultados não influência na classificação dos melhores resultados. São apresentados somente os resultados com as medidas PSNR e SSIM.

Todos os resultados de PSNR e SSIM são utilizados na comparação de resultados de outros algoritmos da literatura. Os algoritmos utilizados como referência para comparação dos resultados deste trabalho são: (1) NLM aplicado no domínio de Anscombe (BUADES; COLL; MOREL; 2005), (2) *Poisson* NLM (DELEDALLE; TUPIN; DENIS; 2010), (3) BM3D aplicado no domínio de Anscombe (DABOV et al. 2007), (4) SPNLM *Kullback-Leibler*, (5) SPNLM *Rényi*, (6) SPNLM *Hellinger* e (7) SPNLM *Bhattacharyya* (BINDILATTI, 2013).

Alguns dos algoritmos utilizados para comparação dos resultados são realizados no domínio de Anscombe. A transformada de Anscombe é utilizada para estabilizar a variância do ruído. Como o ruído Poisson é dependente do sinal, a transformada é utilizada para tornar o ruído independente de sinal, aditivo, gaussiano, com média zero e variância unitária (ANSCOMBE, 1948). A transformada de Anscombe é realizada

aplicando a equação 46 sobre a imagem para realização dos filtros. Anscombe propôs uma raiz quadrada de uma variável aleatória com distribuição Poisson *y*.

$$z = 2\sqrt{y + \frac{3}{8}} \tag{46}$$

Após aplicação dos filtros propostos, a transformada inversa de Anscombe é aplicada. A equação 47 mostra esta equação, onde, *s* representa a estimativa do sinal original de *z*.

$$g = \left(\frac{s}{2}\right)^2 - \frac{1}{8} \tag{47}$$

Em cada tópico deste capítulo serão apresentados resultados com diferentes tipos de imagens testadas e processadas com o NLM e distâncias estocásticas citadas. Todos os detalhes serão descritos nos resultados dos processamentos de cada imagem.

Os métodos foram aplicados sobre as seguintes imagens:

1) *Phantom* de *Shepp-Logan*: É uma imagem simulada pelo Matlab, e os ruídos também foram adicionados nas projeções. Os resultados são apresentados na seção 7.1.

2) *Phantom* Homogêneo: Resultados apresentados na seção 7.2.

3) *Phantom* Simétrico: Resultados apresentados na seção 7.3.

4) Phantom Assimétrico: Resultados apresentados na seção 7.4.

5) Madeira 1: Resultados apresentados na seção 7.5.

6) Madeira 2: Resultados apresentados na seção 7.6.

O *Phantom* de *Shepp-Logan* é um *phantom* simulado, já e o *phantom* homogêneo, o *phantom* simétrico, o *phantom* assimétrico, madeira 1 e madeira 2 são *phantoms* capturados por tomógrafo no CNPDIA-EMBRAPA.

O *phantom* simulado de *Shepp-Logan* é apresentado na seção 7.1 deste trabalho. Inicialmente foi utilizado por *Shepp-Logan* (LOGAN & SHEPP; 1975) e atualmente muitos trabalhos de tomografia computadorizada utilizam esse *phantom*.

Os demais *phantoms* são construídos utilizando os seguintes materiais: alumínio, ar, plexiglass e água. Estes materiais causam níveis de atenuação diferenciados nos

objetos. Além disso, dois diferentes tipos de madeira também integraram os *phantoms* processados deste trabalho.

Todos os *phantoms* e madeiras capturadas pelo tomógrafo da CNPDIA-EMBRAPA possuem dois tipos de conjuntos de imagens. A projeção normal com tempo de captura de 20 segundos, caracterizadas como projeções ideais e que possuem uma representação mais perfeita do corte seccional do objeto e também projeções com apenas 3 segundos de exposição ou captura. Os algoritmos propostos neste trabalho são aplicados sobre estas projeções com tempo de captura menor, que são as projeções ruidosas.

Após aplicação dos filtros nas projeções ruidosas, as projeções com tempo maior de captura serão utilizadas para verificar a eficácia dos filtros.

7.1. Imagem Simulada: Phantom de Shepp-Logan

A imagem médica utilizada nesta seção do trabalho para processamento dos métodos propostos foi o *Phantom* de *Shepp-Logan*. É uma imagem muito utilizada na literatura e simula o cérebro humano. Possui áreas homogêneas com diferentes tonalidades, tamanhos e formas, constituindo um modelo simplificado do cérebro humano. Essa imagem simulada possui o tamanho de 128 x 128 pixels. O ruído *Poisson* foi inserido ou simulado no sinograma da imagem, ou seja, nas projeções obtidas pela simulação de tomografia CT, caracterizando a incerteza da contagem dos fótons.

Os resultados obtidos no processamento do *Phantom* de *Shepp-Logan*, utilizando o algoritmo NLM proposto com as distâncias estocásticas *Kullback-Leibler, Rényi, Hellinger* e *Bhattacharyya* sobre a imagem ruidosa, com reconstrução através dos algoritmos FBP e POCS, são apresentados na tabela 7.1. A tabela 7.1 também apresenta os resultados PSNR e SSIM das imagens ruidosas sem filtro em relação às imagens originais sem ruído para comparação dos resultados.

7.1.1. FBP e POCS com distâncias estocásticas

Para o *Phantom* de *Shepp-Logan*, os melhores resultados gerais obtidos para a medida PSNR com o algoritmo de reconstrução FBP foram os apresentados pelo filtro com a utilização da distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 9x9, onde houve um ganho de 6,77 dB sobre o PSNR da imagem ruidosa, melhorando de forma considerável o contraste e a suavização. Os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídas são apresentados na Figura 7.1.

Com a medida SSIM e algoritmo de reconstrução FBP, vários testes apresentaram bons resultados: os filtros com a distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 9x9 e o filtro com distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 9x9, com um ganho de 0,34 sobre o SSIM da imagem ruidosa. Na Figura 7.1 os melhores resultados são apresentados.

Para o *Phantom* de *Shepp-Logan*, os melhores resultados obtidos para a medida PSNR com o algoritmo de reconstrução POCS foram os apresentados pelo filtro com a utilização da distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 9x9 e janela de similaridade 7x7, onde houve um ganho de 1,17dB do PSNR da imagem ruidosa, melhorando a qualidade da imagem. Os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídas são apresentados na Figura 7.1.

Com a medida SSIM e algoritmo de reconstrução POCS, vários testes também apresentaram bons resultados. O filtro com a distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 9x9 apresentou o melhor resultado com um ganho de 0,17 sobre o SSIM da imagem ruidosa. Na Figura 7.1 os melhores resultados da tabela são apresentados.

Tabela 7.1. Melhores resultados apresentados para processamento do *Phanthom* de *Shepp-Logan* com as distâncias estocásticas e algoritmos de reconstrução FBP e POCS.

Melhores resultados obtidos com utilização das distâncias estocásticas e algoritmos de reconstrução FBP e POCS.						
Imagens Figura 7.1	Alg. de Rec.	Distância Estocástica/ Algoritmo	Tamanho da janela de busca	Tamanho da janela de similaridade	PSNR	SSIM
c/d	*FBP*	*Ruidosa*	-	-	12,56	0,15
e/f		*NLM Anscombe*	13x13	9x9	20,76	0,74
		NLM Poisson	13x13	11x11	20,26	0,56
		BM3D Anscombe	-	-	22,32	0,79
		SPNLM Kullback-Leibler	11x11	7x7	14,16	0,19
		SPNLM Rényi	11x11	7x7	14,18	0,19
		SPNLM Hellinger	11x11	7x7	14,40	0,20
		SPNLM Bhattacharyya	11x11	7x7	14,36	0,20
g/h		*Kullback-Leibler*	9x9	5x5	16,28	0,30
i/j		*Rényi*	13x13	9x9	17,51	0,38
k/l		*Hellinger*	13x13	9x9	**19,33**	**0,49**
		Bhattacharyya	13x13	9x9	19,30	**0,49**
o/p	*POCS*	*Ruidosa*	-	-	24,44	0,62
q/r		*NLM Anscombe*	13x13	9x9	21,37	0,79
		NLM Poisson	13x13	11x11	23,76	0,80
		BM3D Anscombe	-	-	22,94	0,77
		SPNLM Kullback-Leibler	11x11	7x7	24,40	0,66
		SPNLM Rényi	11x11	7x7	24,38	0,66
		SPNLM Hellinger	11x11	7x7	24,37	0,67
		SPNLM Bhattacharyya	11x11	7x7	24,40	0,67
s/t		*Kullback-Leibler*	9x9	7x7	25,34	0,71
		Kullback-Leibler	13x13	9x9	24,86	0,73
		Rényi	9x9	7x7	25,60	0,73
		Rényi	13x13	5x5	24,86	0,76
u/v		*Hellinger*	9x9	7x7	**25,61**	0,75
		Hellinger	13x13	9x9	24,62	**0,79**
		Bhattacharyya	9x9	7x7	25,60	0,75
x/z		*Bhattacharyya*	13x13	9x9	24,59	**0,79**

A tabela 7.1 mostra os melhores resultados obtidos com os filtros aplicados. A figura 7.1 apresenta as imagens destes resultados, levando em conta que todos os outros melhores resultados possuem valores e imagens com resultados próximos.

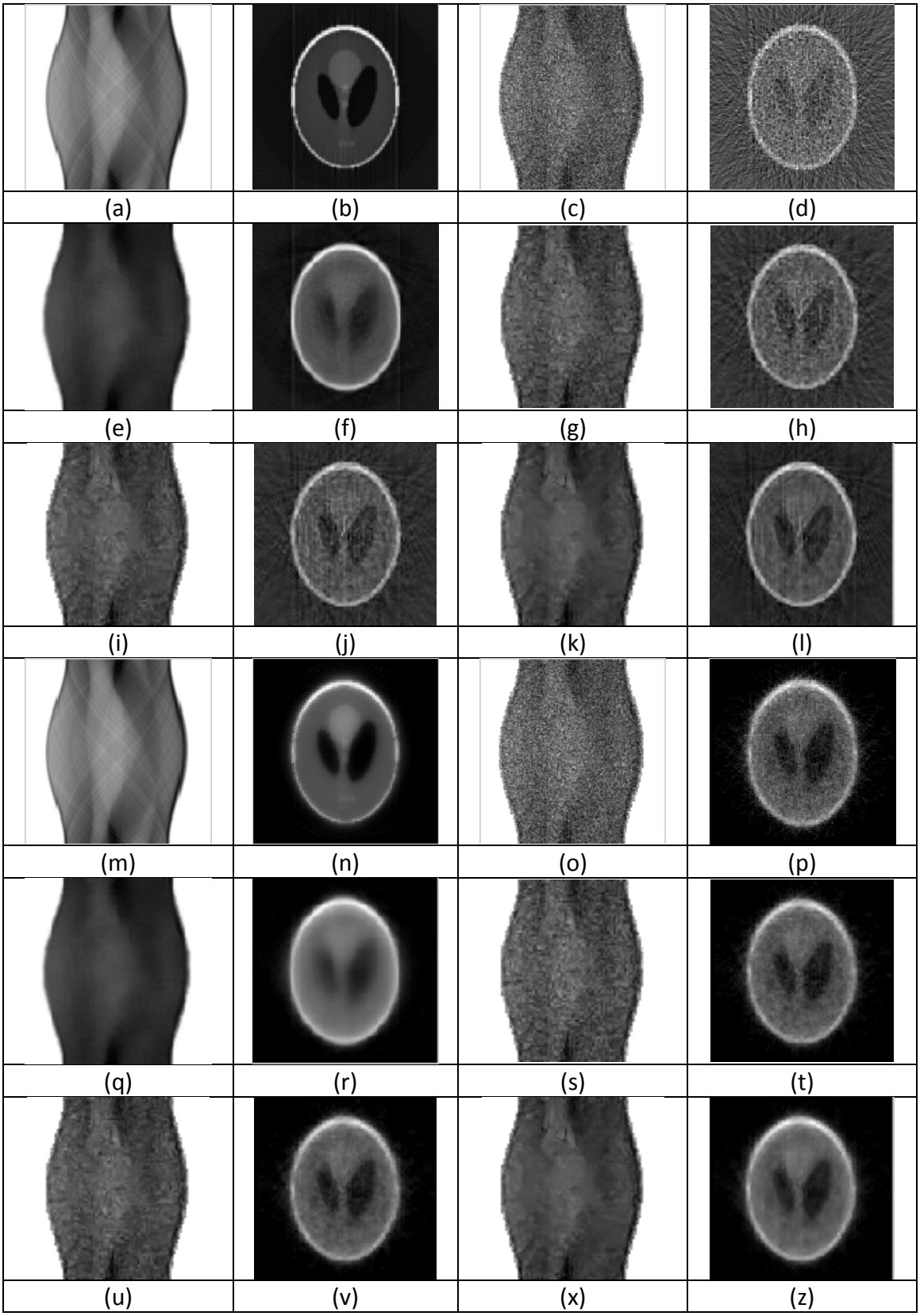

Figura 7.1: (a) Sinograma Original, (b) Original reconstruída com FBP, (c) Sinograma Ruidoso, (d) Ruidosa reconstruída com FBP, (e) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (f) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (g) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (h) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (i) Sinograma filtrado com

NLM *Rényi*, (j) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (k) Sinograma filtrado com NLM *Hellinger*, (l) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Hellinger*, (m) Sinograma Original, (n) Original reconstruído com POCS, (o) Sinograma Ruidoso, (p) Ruidosa reconstruída com POCS, (q) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (r) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (s) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (t) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (u) Sinograma filtrado com NLM *Hellinger*, (v) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Hellinger*, (x) Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya* e (z) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*.

Por fim, temos que com a medida de qualidade PSNR o melhor resultado obtido foi 19,33 dB e com a medida SSIM o melhor valor foi 0,49 para o algoritmo de reconstrução FBP e para o algoritmo POCS os melhores resultados foram de 25,61 dB para PSNR e 0,79 para o SSIM.

7.2. *Phantom* Homogêneo

As projeções do *Phantom* Homogêneo foram fornecidas pelo CNPDIA-EMBRAPA. O *Phantom* Homogêneo é composto de uma forma cilíndrica envolvendo água, com uma área bastante homogênea e uma parte semelhante a um anel. O tamanho deste *Phantom* é de 79x79 pixels. Na figura 7.2 são exibidos os sinogramas original e ruidoso, as imagens originais e ruidosas reconstruídas pelos algoritmos de reconstrução FBP e POCS. Na tabela 7.2 as medidas de avaliação da imagem ruidosa em relação a imagem original são apresentadas.

7.2.1. FBP e POCS com distâncias estocásticas

Nesta seção, são apresentados os melhores resultados da aplicação dos métodos propostos na imagem do *Phantom* Homogêneo com a utilização dos algoritmos de reconstrução FBP e POCS. Os melhores resultados estão na tabela 7.2 e seus sinogramas e imagens filtradas são demonstrados na Figura 7.2.

Para o *Phantom* Homogêneo, os melhores resultados obtidos para a medida PSNR e algoritmo de reconstrução FBP foram os apresentados pelo filtro com a utilização da distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 11x11 e janela de similaridade 5x5 e o filtro com a utilização da distância estocástica *Bhattacharrya*, janela de busca 11x11 e janela de similaridade 5x5, onde houve um ganho de 4,55 dB

sobre o PSNR da imagem ruidosa, melhorando a qualidade da imagem. Os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídos são apresentados na Figura 7.2.

Com a medida SSIM, vários testes apresentaram bons resultados com o algoritmo de reconstrução FBP: os filtros com a distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 5x5 e o filtro com distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 5x5 com um ganho de 0,16 sobre o SSIM da imagem ruidosa. Na Figura 7.2 os sinogramas e imagens dos melhores resultados são apresentados. Todos os melhores resultados possuem imagens e sinogramas muito semelhantes, pois os resultados são muito próximos.

Para o *Phantom* Homogêneo, os melhores resultados obtidos para a medida PSNR com o algoritmo de reconstrução POCS foram os apresentados pelo filtro com a utilização da distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 9x9 e o filtro com a utilização da distância estocástica *Battacharrya*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 9x9, onde houve um ganho de 2,79 dB sobre o PSNR da imagem ruidosa, melhorando a qualidade da imagem. Os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídos dos melhores resultados são apresentados na Figura 7.2.

Com a medida SSIM, quatro filtros apresentaram bons resultados para o algoritmo de reconstrução POCS: os filtros com a distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 9x9 e o filtro com distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 9x9 com um ganho de 0,19 sobre o SSIM da imagem ruidosa. Na Figura 7.2 os melhores resultados são apresentados.

Tabela 7.2. Melhores resultados apresentados para processamento do *Phanthom* Homogêneo com as distâncias estocásticas e algoritmo de reconstrução FBP e POCS.

Melhores resultados obtidos com utilização das distâncias estocásticas e algoritmo de reconstrução FBP e POCS						
Imagens Figura 7.2	Alg. de Rec.	Distância Estocástica/ Algoritmo	Tamanho da janela de busca	Tamanho da janela de similaridade	PSNR	SSIM
c/d	*FBP*	*Ruidosa*	-	-	13,34	0,12
e/f		*NLM Anscombe*	11x11	5x5	18,53	0,29
		NLM Poisson	13x13	11x11	17,52	0,25
		BM3D Anscombe	-	-	16,53	0,29
		SPNLM Kullback-Leibler	11x11	7x7	13,28	0,13
		SPNLM Rényi	11x11	7x7	13,27	0,13
		SPNLM Hellinger	11x11	7x7	13,31	0,13
		SPNLM Bhattacharyya	11x11	7x7	13,28	0,13
g/h		*Kullback-Leibler*	13x13	5x5	16,12	0,20
i/j		*Rényi*	11x11	5x5	17,46	0,24
		Hellinger	11x11	5x5	**17,89**	0,27
		Hellinger	13x13	5x5	17,87	**0,28**
k/l		*Bhattacharyya*	11x11	5x5	**17,89**	0,27
		Bhattacharyya	13x13	5x5	17,87	**0,28**
o/p	*POCS*	*Ruidosa*	-	-	15,46	0,41
q/r		*NLM Anscombe*	13x13	9x9	17,57	0,30
		NLM Poisson	13x13	11x11	18,45	0,59
		BM3D Anscombe	-	-	19,12	0,65
		SPNLM Kullback-Leibler	11x11	7x7	16,30	0,43
		SPNLM Rényi	11x11	7x7	16,29	0,43
		SPNLM Hellinger	11x11	7x7	16,30	0,44
		SPNLM Bhattacharyya	11x11	7x7	16,30	0,44
s/t		*Kullback-Leibler*	9x9	5x5	17,56	0,51
u/v		*Rényi*	11x11	5x5	18,01	0,56
x/z		*Hellinger*	13x13	9x9	**18,25**	**0,60**
		Bhattacharyya	13x13	9x9	**18,25**	**0,60**

A tabela 7.2 mostra os melhores resultados obtidos com os filtros aplicados. A figura 7.2 apresenta alguns dos melhores resultados, levando-se em conta que todos os outros melhores resultados são muito semelhantes.

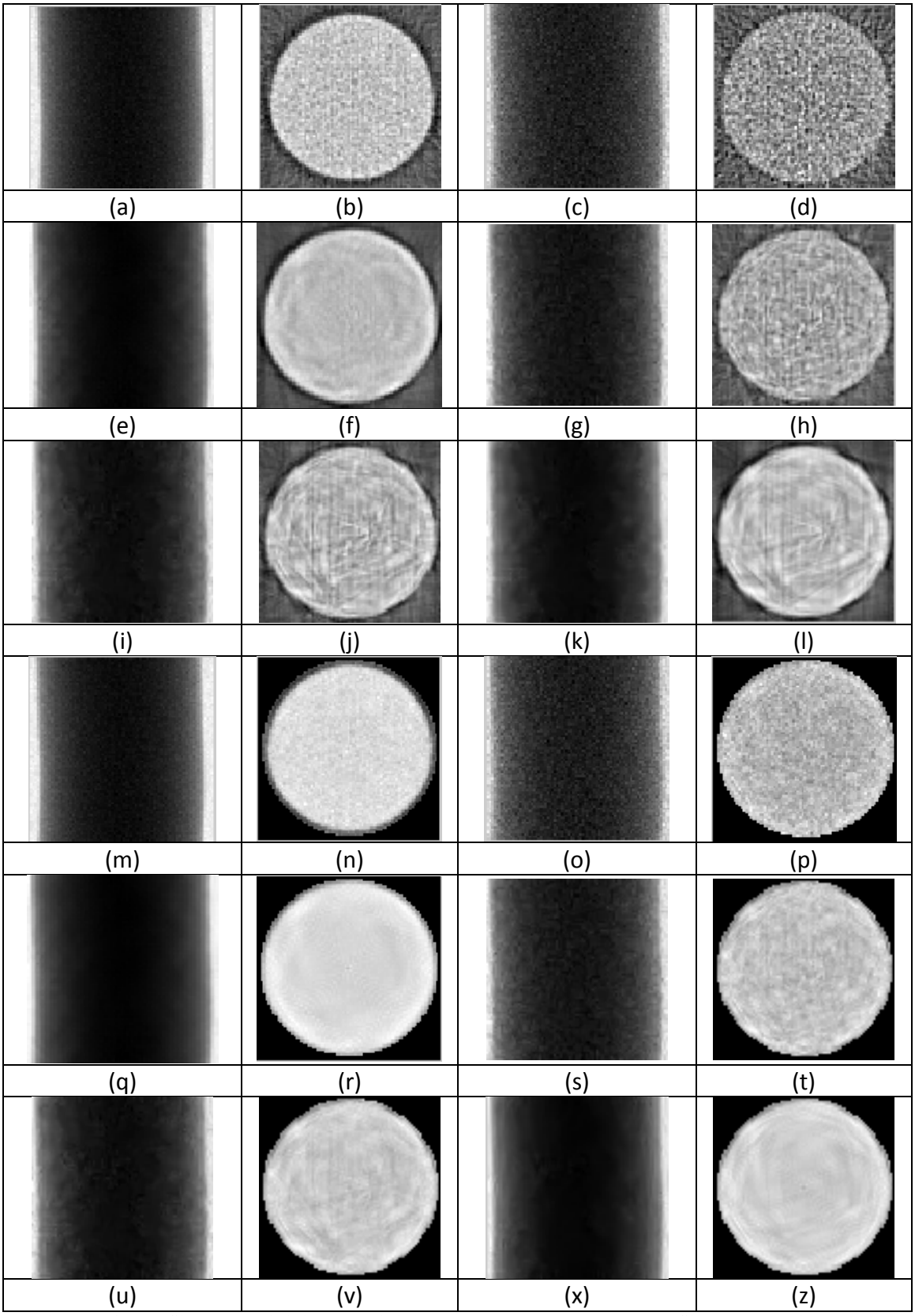

Figura 7.2: (a) Sinograma Original, (b) Original reconstruída com FBP, (c) Sinograma Ruidoso, (d) Ruidosa reconstruída com FBP, (e) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (f) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (g) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (h) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (i) Sinograma filtrado com

NLM *Rényi*, (j) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (k) Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*, (l) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *bhattacharyya*, (m) Sinograma Original, (n) Original reconstruído com POCS, (o) Sinograma Ruidoso, (p) Ruidosa reconstruída com POCS, (q) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (r) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (s) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (t) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (u) Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (v) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (x) Sinograma filtrado com NLM *Hellinger* e (z) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Hellinger*.

A Figura 7.2 apresenta os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídas do *Phantom* do Homogêneo com os algoritmos de reconstrução FBP e POCS dos filtros que obtiveram melhores resultados.

Por fim, temos que com a medida de qualidade PSNR o melhor resultado obtido foi de 17,89 dB e na medida de qualidade SSIM o melhor resultado foi 0,28 para o algoritmo de reconstrução FBP e para o algoritmo POCS os melhores resultados são 18,25 dB para PSNR e 0,60 para a medida SSIM.

7.3. *Phantom* Simétrico

As projeções do *Phantom* Simétrico também foram fornecidas pelo CNPDIA-EMBRAPA. O *Phantom* Simétrico é composto de uma estrutura cilíndrica com furos, onde dois destes furos existem por conta do alumínio e dois são ar dispostos simetricamente. O tamanho deste *Phantom* é de 79x79 pixels. Na figura 7.3 são exibidos os sinogramas original e ruidoso, as imagens originais e ruidosas reconstruídas pelos algoritmos de reconstrução FBP e POCS. Na tabela 7.3 as medidas de avaliação da imagem ruidosa em relação a imagem original também são apresentadas.

7.3.1. FBP e POCS com distâncias estocásticas

Nesta seção, são apresentados todos os resultados da aplicação dos métodos propostos na imagem do *Phantom* Simétrico com a utilização dos algoritmos de reconstrução FBP e POCS. Os melhores resultados estão em destaque na tabela 7.3 e seus sinogramas e imagens filtradas na Figura 7.3.

Para o *Phantom* Simétrico, os melhores resultados obtidos para a medida PSNR com algoritmo de reconstrução FBP foram os apresentados pelo filtro com a utilização da distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 9x9 e janela de similaridade 5x5 e o

filtro com a utilização da distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 9x9 e janela de similaridade 5x5 onde houve um ganho de 6.83 dB sobre o PSNR da imagem ruidosa, melhorando a qualidade da imagem. Os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídos são apresentados na Figura 7.3.

Com a medida SSIM e algoritmo de reconstrução FBP os filtros com a distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 9x9 e janela de similaridade 5x5 e o filtro com a distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 9x9 e janela de similaridade 5x5 tiveram um ganho de 0,25 sobre o SSIM da imagem ruidosa. Na Figura 7.3 são apresentados os melhores resultados.

Para o *Phantom* Simétrico, os melhores resultados obtidos para a medida PSNR e algoritmo de reconstrução POCS foram os apresentados pelos filtros com a utilização da distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 9x9 e o filtro com a utilização da distância estocástica *Bhattacharrya*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 9x9, onde houve um ganho de 6,60 dB sobre o PSNR da imagem ruidosa, melhorando a qualidade da imagem. Os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídos são apresentados na Figura 7.3.

Com a medida SSIM e algoritmo de reconstrução POCS, vários filtros apresentaram bons resultados: os filtros com a distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 9x9 e o filtro com a distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 9x9 com um ganho de 0,14 sobre o SSIM da imagem ruidosa. Na Figura 7.3 são apresentados os melhores resultados.

Tabela 7.3. Melhores resultados apresentados para processamento do *Phanthom* Simétrico com as distâncias estocásticas e algoritmos de reconstrução FBP e POCS.

Melhores resultados obtidos com utilização das distâncias estocásticas e algoritmos de reconstrução FBP e POCS						
Imagens Figura 7.3	Alg. de Rec.	Distância Estocástica/ Algoritmo	Tamanho da janela de busca	Tamanho da janela de similaridade	PSNR	SSIM
c/d	*FBP*	*Ruidosa*	-	-	20,53	0,44
e/f		*NLM Anscombe*	9x9	5x5	27,70	0,71
		NLM Poisson	13x13	11x11	26,54	0,65
		BM3D Anscombe	-	-	27,34	0,71
		SPNLM Kullback-Leibler	11x11	7x7	21,00	0,45
		SPNLM Rényi	11x11	7x7	20,80	0,45
		SPNLM Hellinger	11x11	7x7	20,80	0,45
		SPNLM Bhattacharyya	11x11	7x7	20,82	0,45
g/h		*Kullback-Leibler*	13x13	9x9	24,74	0,59
i/j		*Rényi*	9x9	5x5	26,47	0,65
k/l		*Hellinger*	9x9	5x5	**27,36**	**0,69**
		Bhattacharyya	9x9	5x5	**27,36**	**0,69**
o/p	*POCS*	*Ruidosa*	-	-	27,51	0,80
q/r		*NLM Anscombe*	13x13	9x9	33,73	0,92
		NLM Poisson	13x13	11x11	33,91	0,94
		BM3D Anscombe	-	-	33,26	0,95
		SPNLM Kullback-Leibler	11x11	7x7	28,60	0,82
		SPNLM Rényi	11x11	7x7	28,60	0,82
		SPNLM Hellinger	11x11	7x7	28,60	0,82
		SPNLM Bhattacharyya	11x11	7x7	28,60	0,82
s/t		*Kullback-Leibler*	9x9	5x5	31,66	0,89
u/v		*Rényi*	7x7	5x5	33,15	0,93
		Hellinger	13x13	9x9	**34,11**	**0,94**
x/z		*Bhattacharyya*	13x13	9x9	**34,11**	**0,94**

A tabela 7.3 mostra todos os melhores resultados obtidos com os filtros aplicados. A figura 7.3 apresenta também os sinogramas e as imagens de alguns dos melhores resultados.

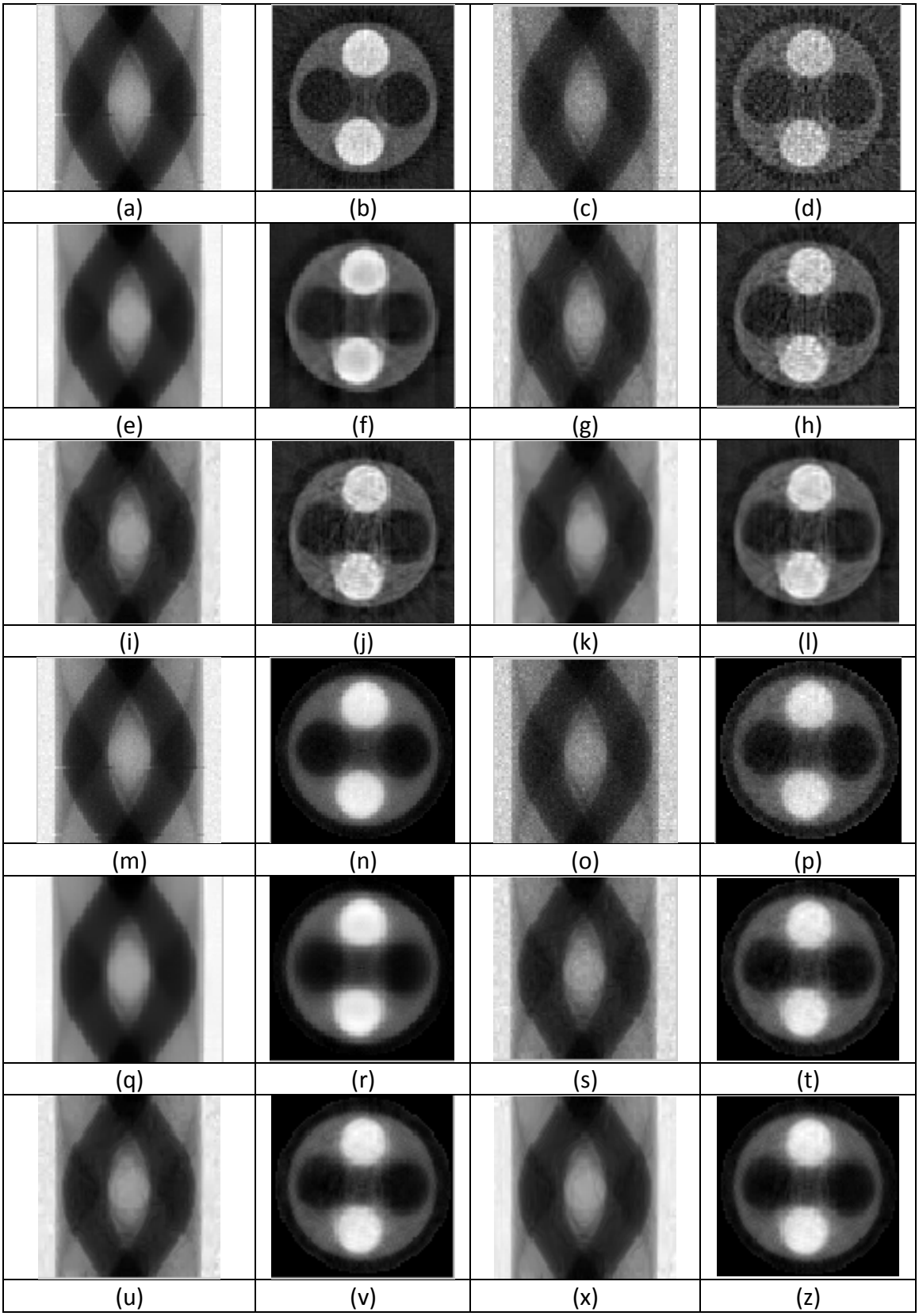

Figura 7.3: (a) Sinograma Original, (b) Original reconstruída com FBP, (c) Sinograma Ruidoso, (d) Ruidosa reconstruída com FBP, (e) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (f) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (g) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (h) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (i) Sinograma filtrado com

NLM *Rényi*, (j) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (k) Sinograma filtrado com NLM *Hellinger*, (l) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Hellinger*, (m) Sinograma Original, (n) Original reconstruído com POCS, (o) Sinograma Ruidoso, (p) Ruidosa reconstruída com POCS, (q) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (r) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (s) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (t) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (u) Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (v) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (x) Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya* e (z) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*.

A Figura 7.3 apresenta os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídas do *Phantom* Simétrico com os algoritmos de reconstrução FBP e POCS dos filtros que obtiveram melhores resultados.

Por fim, temos que com a medida de qualidade PSNR os algoritmos aplicados obtiveram o valor de 27,36 dB e na medida SSIM o valor de 0,69 para o algoritmo de reconstrução FBP, para o algoritmo POCS os melhores resultados foram de 34,11 dB para o PSNR e 0,94 para a medida SSIM.

7.4. *Phantom* Assimétrico

As projeções do *Phantom* Assimétrico também foram fornecidas pelo CNPDIA-EMBRAPA. O *Phantom* Assimétrico é composto de uma estrutura cilíndrica com 10 furos cheios de ar com diâmetros de tamanhos diferentes. O tamanho deste *Phantom* é de 100x100 pixels. Na figura 7.4 são exibidos os sinogramas original e ruidoso, as imagens originais e ruidosas reconstruídas pelos algoritmos de reconstrução FBP e POCS. Na tabela 7.4 as medidas de avaliação da imagem ruidosa em relação a imagem original são apresentadas.

7.4.1. FBP e POCS com distâncias estocásticas

Esta seção, apresenta todos os resultados da aplicação dos métodos propostos na imagem do *Phantom* Assimétrico com a utilização dos algoritmos de reconstrução FBP e POCS. Os melhores resultados estão listados na tabela 7.4 e seus sinogramas e imagens filtradas na Figura 7.4.

Para o *Phantom* Assimétrico, os melhores resultados obtidos para a medida PSNR e algoritmo de reconstrução FBP foram os apresentados pelos filtros com a utilização da distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 5x5 e o filtro com a utilização da distância estocástica *Bhattacharyya*,

janela de busca 13x13 e janela de similaridade 5x5, onde houve um ganho de 4,52 dB sobre o PSNR da imagem ruidosa, melhorando a qualidade da imagem. Os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídos são apresentados na Figura 7.4.

Com a medida SSIM e algoritmo de reconstrução FBP, vários testes apresentaram bons resultados. Os filtros com a distância estocástica *Rényi*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 5x5, o filtro com a distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 5x5 e o filtro com a distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 5x5 com um ganho de 0,17 sobre o SSIM da imagem ruidosa. Na Figura 7.4 são apresentados alguns dos melhores resultados.

Para o *Phantom* Assimétrico, os melhores resultados obtidos para a medida PSNR e algoritmo de reconstrução POCS foram os apresentados pelos filtros com a utilização da distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 11x11 e janela de similaridade 5x5 e o filtro com a utilização da distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 11x11 e janela de similaridade 5x5 onde houve um ganho de 4,63 dB sobre o PSNR da imagem ruidosa, melhorando a qualidade da imagem. Os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídos são apresentados também na Figura 7.4.

Com a medida SSIM e algoritmo de reconstrução POCS, os resultados dos filtros com a utilização da distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 11x11 e janela de similaridade 5x5 e o filtro com a utilização da distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 11x11 e janela de similaridade 5x5 tiveram um ganho de 0,06 sobre o SSIM da imagem ruidosa. A Figura 7.4 também apresenta os melhores resultados obtidos com aplicação dos filtros.

Tabela 7.4. Melhores resultados apresentados para processamento do *Phanthom* Assimétrico com as distâncias estocásticas e algoritmos de reconstrução FBP e POCS.

Melhores resultados obtidos com utilização das distâncias estocásticas e algoritmos de reconstrução FBP e POCS						
Imagens Figura 7.4	Alg. de Rec.	Distância Estocástica/ Algoritmo	Tamanho da janela de busca	Tamanho da janela de similaridade	PSNR	SSIM
c/d	*FBP*	*Ruidosa*	-	-	16,51	0,52
e/f		*NLM Anscombe*	13x13	5x5	20,55	0,68
		NLM Poisson	13x13	11x11	19,94	0,64
		BM3D Anscombe	-	-	21,45	0,71
		SPNLM Kullback-Leibler	11x11	7x7	17,44	0,56
		SPNLM Rényi	11x11	7x7	17,44	0,56
		SPNLM Hellinger	11x11	7x7	17,58	0,57
		SPNLM Bhattacharyya	11x11	7x7	17,44	0,56
g/h		*Kullback-Leibler*	11x11	9x9	19,08	0,62
		Kullback-Leibler	13x13	11x11	19,05	0,64
i/j		*Rényi*	13x13	5x5	20,57	**0,69**
		Hellinger	13x13	5x5	**21,03**	**0,69**
k/l		*Bhattacharyya*	13x13	5x5	**21,03**	**0,69**
o/p	*POCS*	*Ruidosa*	-	-	24,26	0,85
q/r		*NLM Anscombe*	11x11	5x5	27,70	0,89
		NLM Poisson	13x13	11x11	28,48	0,89
		BM3D Anscombe	-	-	29,66	0,91
		SPNLM Kullback-Leibler	11x11	7x7	26,33	0,87
		SPNLM Rényi	11x11	7x7	26,32	0,87
		SPNLM Hellinger	11x11	7x7	26,30	0,87
		SPNLM Bhattacharyya	11x11	7x7	26,33	0,87
s/t		*Kullback-Leibler*	9x9	5x5	27,54	0,89
u/v		*Rényi*	11x11	5x5	28,46	0,90
x/z		*Hellinger*	11x11	5x5	**28,89**	**0,91**
		Bhattacharyya	11x11	5x5	**28,89**	**0,91**

A tabela 7.4 apresenta os melhores resultados obtidos com os filtros aplicados. A figura 7.4 demonstra estes melhores resultados, levando-se em conta que todos os outros melhores resultados são muito parecidos aos apresentados.

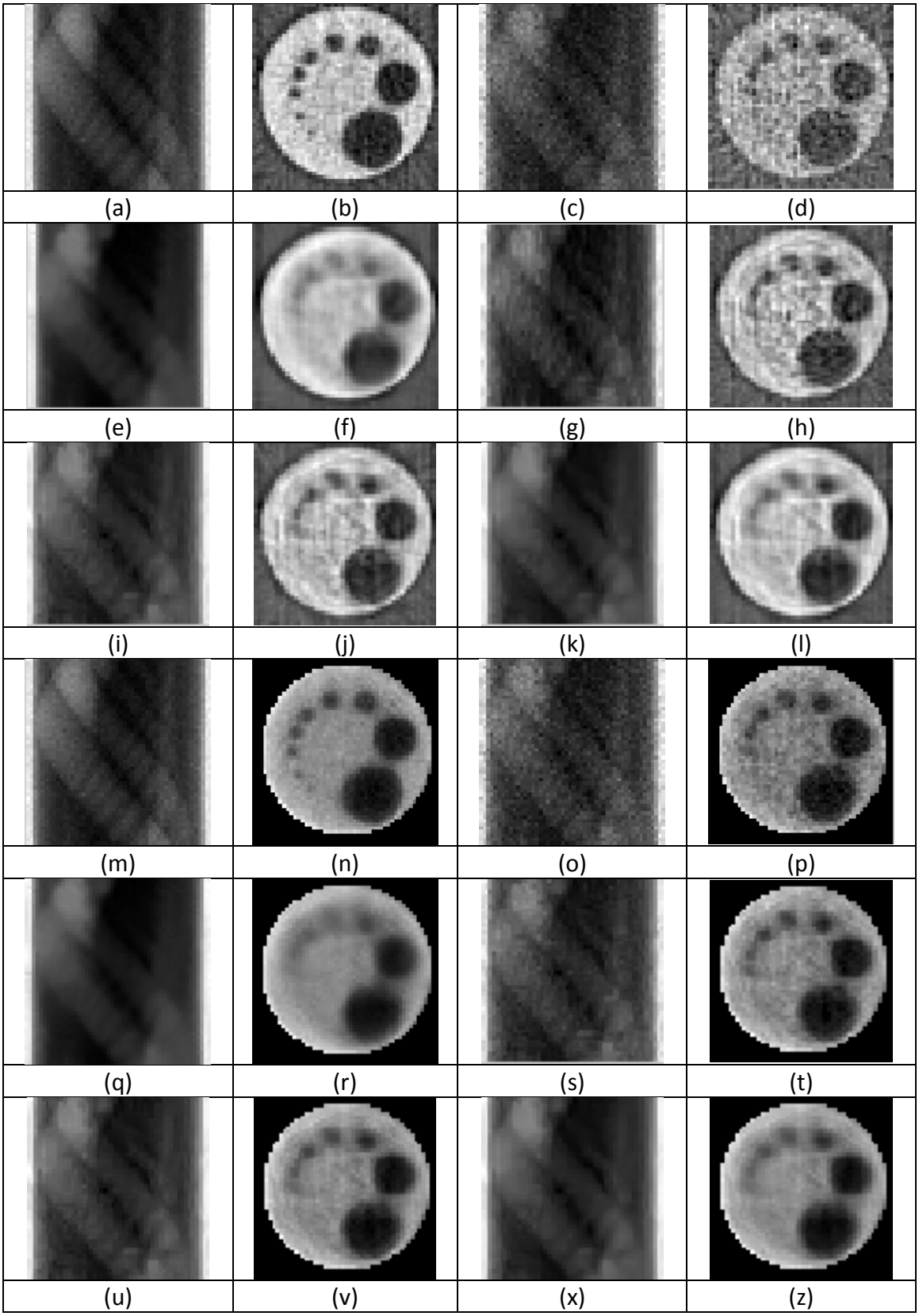

Figura 7.4: (a) Sinograma Original, (b) Original reconstruída com FBP, (c) Sinograma Ruidoso, (d) Ruidosa reconstruída com FBP, (e) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (f) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (g) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (h) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (i) Sinograma filtrado com

NLM *Rényi*, (j) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (k) Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*, (l) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*, (m) Sinograma Original, (n) Original reconstruído com POCS, (o) Sinograma Ruidoso, (p) Ruidosa reconstruída com POCS, (q) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (r) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (s) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (t) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (u) Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (v) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (x) Sinograma filtrado com NLM *Hellinger* e (z) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Hellinger*.

A Figura 7.4 apresenta os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídas do *Phantom* Assimétrico com os algoritmos de reconstrução FBP e POCS dos filtros que obtiveram melhores resultados.

Por fim, temos que, com as medidas de qualidade PSNR e SSIM, os melhores resultados foram 21,03 dB e 0,69 respectivamente para o algoritmo de reconstrução FBP e, para o algoritmo de reconstrução POCS os melhores resultados apresentados foram de 28,89 dB para a medida PSNR e 0,91 para a medida SSIM.

7.5. Madeira 1

As projeções de madeira também foram fornecidas pelo CNPDIA-EMBRAPA. Foram oferecidos dois tipos de madeira, que neste trabalho serão nomeados como Madeira 1 e Madeira 2. As projeções do Madeira 1 são quase homogêneas. Os detalhes da Madeira 2 serão demonstrados no item 7.6 deste trabalho. O tamanho da imagem Madeira 1 é de 76x76 pixels. Na figura 7.5 são exibidos os sinogramas original e ruidoso, as imagens originais e ruidosas reconstruídas pelos algoritmos de reconstrução FBP e POCS. Na tabela 7.5 as medidas de avaliação da imagem ruidosa em relação a imagem original são apresentadas.

7.5.1. FBP e POCS com distâncias estocásticas

Nesta seção, são apresentados os melhores resultados para os filtros com as distâncias estocásticas propostos na imagem Madeira 1 com a utilização dos algoritmos de reconstrução FBP e POCS. Os melhores resultados são apresentados na tabela 7.5 e seus sinogramas e imagens filtradas na Figura 7.5.

Para Madeira 1, os melhores resultados obtidos para a medida PSNR e algoritmo de reconstrução FBP foram os apresentados pelos filtros com a utilização da distância

estocástica *Hellinger*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 11x11 e o filtro com a utilização da distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 11x11, onde houve um ganho de 8,67 dB sobre o PSNR da imagem ruidosa, melhorando a qualidade da imagem. Os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídos são apresentados na Figura 7.5.

Com a medida SSIM e algoritmo de reconstrução FBP, vários testes apresentaram bons resultados: os filtros com a distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 11x11 e o filtro com a distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 11x11com um ganho de 0,16 sobre o SSIM da imagem ruidosa. A Figura 7.5 apresenta os melhores resultados.

Para Madeira 1, os melhores resultados obtidos para a medida PSNR e algoritmo de reconstrução POCS foram os apresentados pelos filtros com a utilização da distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 7x7 e janela de similaridade 5x5 e o filtro com a utilização da distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 7x7 e janela de similaridade 5x5, onde houve um ganho de 3,98 dB sobre o PSNR da imagem ruidosa, melhorando a qualidade da imagem. Os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídos são apresentados na Figura 7.5.

Com a medida SSIM e algoritmo de reconstrução POCS, vários filtros apresentaram bons resultados: os filtros com a utilização da distância estocástica *Rényi*, janela de busca 11x11 e janela de similaridade 5x5, o filtro com a utilização da distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 7x7 e janela de similaridade 5x5 e o filtro com a utilização da distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 7x7 e janela de similaridade 5x5, com um ganho de 0,06 sobre o SSIM da imagem ruidosa. Na Figura 7.5 são apresentados somente alguns dos melhores resultados. Muitos outros resultados obtiveram valores próximos dos apresentados na tabela, mas somente alguns são demonstrados.

Tabela 7.5. Melhores resultados apresentados para processamento da imagem Madeira 1 com as distâncias estocásticas e algoritmos de reconstrução FBP e POCS.

Melhores resultados obtidos com utilização das distâncias estocásticas e algoritmos de reconstrução FBP e POCS						
Imagens Figura 7.5	Alg. de Rec.	Distância Estocástica/ Algoritmo	Tamanho da janela de busca	Tamanho da janela de similaridade	PSNR	SSIM
c/d	*FBP*	*Ruidosa*	-	-	21,90	0,67
e/f		*NLM Anscombe*	13x13	11x11	29,56	0,84
		NLM Poisson	13x13	11x11	27,78	0,76
		BM3D Anscombe	-	-	29,25	0,85
		SPNLM Kullback-Leibler	11x11	7x7	21,91	0,68
		SPNLM Rényi	11x11	7x7	21,93	0,68
		SPNLM Hellinger	11x11	7x7	21,18	0,68
		SPNLM Bhattacharyya	11x11	7x7	21,91	0,68
g/h		*Kullback-Leibler*	9x9	5x5	29,04	0,77
		Kullback-Leibler	11x11	9x9	28,57	0,79
i/j		*Rényi*	11x11	9x9	30,35	0,82
		Hellinger	13x13	11x11	**30,57**	**0,83**
k/l		*Bhattacharyya*	13x13	11x11	**30,57**	**0,83**
o/p	*POCS*	*Ruidosa*	-	-	34,07	0,90
q/r		*NLM Anscombe*	7x7	5x5	38,40	0,96
		NLM Poisson	13x13	11x11	36,54	0,95
		BM3D Anscombe	-	-	38,74	0,97
		SPNLM Kullback-Leibler	11x11	7x7	34,07	0,91
		SPNLM Rényi	11x11	7x7	34,14	0,91
		SPNLM Hellinger	11x11	7x7	34,26	0,91
		SPNLM Bhattacharyya	11x11	7x7	34,07	0,91
s/t		*Kullback-Leibler*	7x7	5x5	37,02	0,95
u/v		*Rényi*	11x11	5x5	38,01	**0,96**
x/z		*Hellinger*	7x7	5x5	**38,05**	**0,96**
		Bhattacharyya	7x7	5x5	**38,05**	**0,96**

A tabela 7.5 apresenta os melhores resultados obtidos com os filtros aplicados. A figura 7.5 demonstra as imagens dor melhores resultados obtidos com os filtros aplicados.

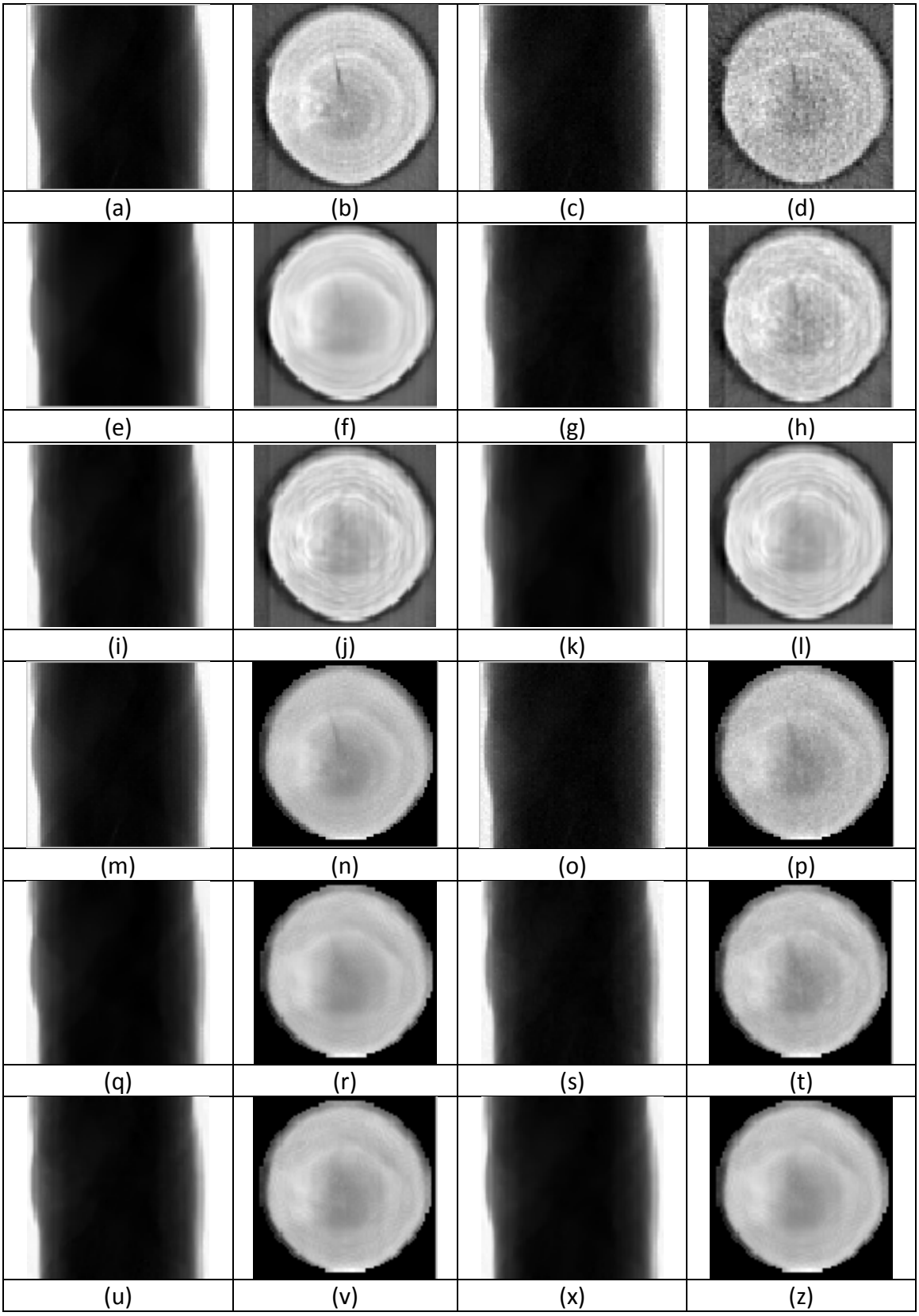

Figura 7.5: (a) Sinograma Original, (b) Original reconstruída com FBP, (c) Sinograma Ruidoso, (d) Ruidosa reconstruída com FBP, (e) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (f) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (g) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (h) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (i) Sinograma filtrado com

NLM *Rényi*, (j) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (k) Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*, (l) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*, (m) Sinograma Original, (n) Original reconstruído com POCS, (o) Sinograma Ruidoso, (p) Ruidosa reconstruída com POCS, (q) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (r) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (s) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (t) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (u) Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (v) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (x) Sinograma filtrado com NLM *Hellinger* e (z) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Hellinger*.

A Figura 7.5 apresenta os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídas da Madeira 1 com os algoritmos de reconstrução FBP e POCS dos filtros que obtiveram melhores resultados.

Por fim, temos que com a medida de qualidade PSNR o melhor resultado obtido foi o valor de 30,57 dB e a medida de SSIM o valor de 0,83 para o algoritmo de reconstrução FPB e com o algoritmo de reconstrução POCS o melhor resultado com a medida PSNR foi de 38,05 dB e para a medida SSIM o melhor resultado obtido foi de 0,96.

7.6. Madeira 2

A projeção filtrada neste tópico do trabalho refere-se a Madeira 2 também fornecida pela CNPDIA-EMBRAPA. Esta imagem é bastante heterogênea e com formato retangular. O tamanho da imagem Madeira 2 é de 61x61 pixels. Na figura 7.6 são exibidos os sinogramas original e ruidoso, as imagens originais e ruidosas reconstruídas pelos algoritmos de reconstrução FBP e POCS. Na tabela 7.6 as medidas de avaliação da imagem ruidosa em relação a imagem original também são apresentadas.

7.6.1. FBP e POCS com distâncias estocásticas

Nesta seção, são apresentados todos os resultados da aplicação dos métodos propostos na imagem Madeira 2 com a utilização dos algoritmos de reconstrução FBP e POCS. Os melhores resultados estão em destaque na tabela 7.6 e seus sinogramas e imagens filtradas na Figura 7.6.

Para Madeira 2, o melhor resultado obtido para a medida PSNR e algoritmo de reconstrução FBP foi apresentado pelo filtro com a utilização da distância estocástica

Rényi, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 11x11, onde houve um ganho de 5,28 dB sobre o PSNR da imagem ruidosa, melhorando a qualidade da imagem. Os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídas são apresentados na Figura 7.6.

Com a medida SSIM e algoritmo de reconstrução FBP, vários testes apresentaram bons resultados. Por exemplo, o filtro com a distância estocástica *Rényi*, janela de busca 11x11 e janela de similaridade 9x9 com um ganho de 0,10 sobre o SSIM da imagem ruidosa. Na Figura 7.6 apresenta os melhores resultados.

Para Madeira 2, o melhor resultado obtido para a medida PSNR e algoritmo de reconstrução POCS foi apresentado pelo filtro com a utilização da distância estocástica *Rényi*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 7x7, onde houve um ganho de 7,62 dB sobre o PSNR da imagem ruidosa, melhorando a qualidade da imagem. Os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídos são apresentados na Figura 7.6.

Com a medida SSIM e algoritmo de reconstrução POCS, vários filtros apresentaram bons resultados: os filtros com a utilização da distância estocástica *Rényi*, janela de busca 11x11 e janela de similaridade 9x9, o filtro com a utilização da distância estocástica *Hellinger*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 11x11 e o filtro com a utilização da distância estocástica *Bhattacharyya*, janela de busca 13x13 e janela de similaridade 11x11 com um ganho de 0,21 sobre o SSIM da imagem ruidosa. Na Figura 7.6 são apresentados os melhores resultados.

Tabela 7.6. Melhores resultados apresentados para processamento da imagem Madeira 2 com as distâncias estocásticas e algoritmos de reconstrução FBP e POCS.

Resultados obtidos com utilização das distâncias estocásticas e algoritmos de reconstrução FBP e POCS.						
Imagens Figura 7.6	Alg. de Rec.	Distância Estocástica/ Algoritmo	Tamanho da janela de busca	Tamanho da janela de similaridade	PSNR	SSIM
c/d	*FBP*	*Ruidosa*	-	-	19,87	0,56
e/f		*NLM Anscombe*	13x13	11x11	22,98	0,68
		NLM Poisson	13x13	11x11	22,37	0,57
		BM3D Anscombe	-	-	24,79	0,71
		SPNLM Kullback-Leibler	11x11	7x7	23,65	0,67
		SPNLM Rényi	11x11	7x7	23,66	0,67
		SPNLM Hellinger	11x11	7x7	23,71	0,67
		SPNLM Bhattacharyya	11x11	7x7	23,65	0,67
g/h		*Kullback-Leibler*	11x11	9x9	24,58	0,63
		Rényi	11x11	9x9	23,41	**0,66**
i/j		*Rényi*	13x13	11x11	**25,15**	0,65
		Hellinger	9x9	7x7	23,38	0,63
		Hellinger	13x13	11x11	23,15	0,65
k/l		*Bhattacharyya*	9x9	7x7	23,38	0,63
		Bhattacharyya	13x13	11x11	18,42	0,65
o/p	*POCS*	*Ruidosa*	-	-	21,66	0,68
q/r		*NLM Anscombe*	13x13	7x7	27,73	0,79
		NLM Poisson	13x13	11x11	29,34	0,88
		BM3D Anscombe	-	-	31,42	0,92
		SPNLM Kullback-Leibler	11x11	7x7	27,40	0,84
		SPNLM Rényi	11x11	7x7	27,40	0,84
		SPNLM Hellinger	11x11	7x7	27,38	0,84
		SPNLM Bhattacharyya	11x11	7x7	27,40	0,84
s/t		*Kullback-Leibler*	13x13	9x9	28,09	0,85
u/v		*Rényi*	13x13	7x7	**29,28**	0,87
		Rényi	13x13	9x9	27,43	**0,89**
		Hellinger	5x5	3x3	27,76	0,84
		Hellinger	13x13	11x11	27,50	**0,89**
x/z		*Bhattacharyya*	5x5	3x3	27,76	0,84
		Bhattacharyya	13x13	11x11	27,50	**0,89**

A tabela 7.6 apresenta os melhores resultados obtidos com os filtros aplicados. A figura 7.6 demonstra as imagens de alguns dos melhores resultados, levando em conta que todos os outros melhores resultados são muito semelhantes.

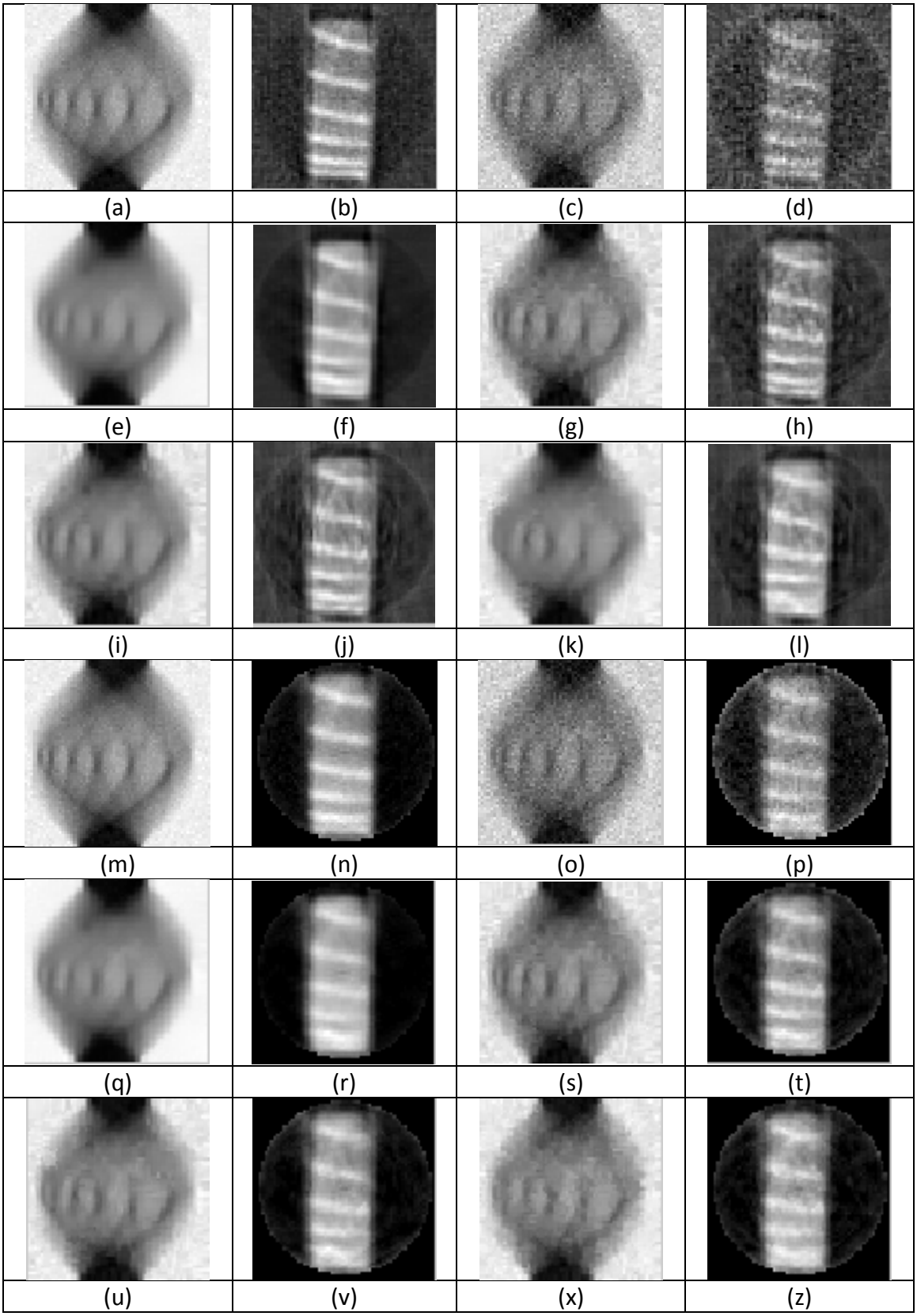

Figura 7.6: (a) Sinograma Original, (b) Original reconstruída com FBP, (c) Sinograma Ruidoso, (d) Ruidosa reconstruída com FBP, (e) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (f) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (g) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (h) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (i) Sinograma filtrado com

NLM *Rényi*, (j) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (k) Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*, (l) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*, (m) Sinograma Original, (n) Original reconstruído com POCS, (o) Sinograma Ruidoso, (p) Ruidosa reconstruída com POCS, (q) Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (r) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM Anscombe, (s) Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (t) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Kullback-Leibler*, (u) Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (v) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Rényi*, (x) Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya* e (z) Imagem reconstruída do Sinograma filtrado com NLM *Bhattacharyya*.

A Figura 7.6 apresenta os sinogramas filtrados e as imagens reconstruídas da Madeira 2 com os algoritmos de reconstrução FBP e POCS dos filtros que obtiveram melhores resultados.

Por fim, temos os melhores valores com as medidas de qualidade PSNR e SSIM de 25,15 dB e 0,Vou 66 respectivamente para o algoritmo de reconstrução FBP e com o algoritmo de reconstrução POCS os melhores resultados apresentados foram de 29,28 dB e 0,89 para as medidas PSNR e SSIM respectivamente.

7.7. Considerações Finais

O algoritmo NLM foi estendido para a filtragem de ruído *Poisson*, com utilização das distâncias estocásticas como métrica de similaridade entre janelas. Vários testes foram realizados para filtragem das imagens do *Phantom* de *Shepp-Logan* , *Phantom* Homogêneo, *Phantom* Simétrico, *Phantom* Assimétrico, Madeira 1 e Madeira 2 conforme todos os resultados apresentados nas tabelas deste capítulo.

As figuras dos melhores resultados obtidos com os algoritmos de reconstrução FBP e POCS foram apresentados nas seções com apresentação apenas dos melhores resultados com os filtros de cada distância estocástica.

Um grande número de testes e experimentos foram realizados no processamento das projeções propostas. Para cada projeção foram cerca de 60 filtros aplicados e somente os melhores resultados foram apresentados como demonstrado anteriormente. Além dos melhores resultados, foram apresentados também resultados dos algoritmos NLM aplicado no domínio de Anscombe, *Poisson* NLM, BM3D aplicado no domínio de Anscombe, SPNLM *Kullback-Leibler*, SPNLM *Rényi*, SPNLM *Hellinger* e SPNLM *Bhattacharyya* para todas as projeções deste trabalho. Estes resultados foram comparados com os resultados obtidos pelos filtros propostos por este trabalho. Isso possibilitou a comparação de resultados com outros trabalhos do estado-da-arte em

processamento de imagens. Os resultados aqui apresentados pelos algoritmos aplicados se mostraram competitivos com os métodos utilizados para comparação dos resultados acima citados. É possível notar quem alguns casos os métodos propostos neste trabalho superaram os valores dos trabalhos utilizados como referência para comparações.

8. CAPÍTULO – CONCLUSÕES

8.1. Conclusões Gerais

Este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de redução de ruído em imagens, principalmente em tomografias computadorizadas. Uma nova abordagem sobre o algoritmo NLM foi proposta para a filtragem de ruído Poisson. O algoritmo NLM foi utilizado com distâncias estocásticas como métricas de similaridade.

O objetivo principal do trabalho é utilizar abordagens bayesianas não-locais para a filtragem de ruído *Poisson* utilizando a conjugação das distribuições de *Poisson* e *Gamma* e distâncias estocásticas da distribuição *Gamma* dentro do algoritmo NLM.

O algoritmo NLM é muito utilizado para filtragem de textura e sequência de vídeos e possui características específicas em sua forma de operar. Sempre compara pequenas regiões de uma imagem e não pixels de forma isolada e a distância espacial entre as vizinhanças não é levada em consideração. Com as alterações propostas neste trabalho o algoritmo teve sua complexidade de $O(N^2|P|)$ modificada para $O(N.|P||\Omega|)$, onde N é o número total de pixels da imagem completa e $|\Omega|$ é o número de pixels da janela de busca dentro da imagem, que deve obrigatoriamente ser menor do que a imagem.

A utilização das distâncias estocásticas de *Kullback-Leibler*, *Rényi*, *Hellinger* e *Bhattacharyya* possibilitou a comparação de diversos resultados com utilização de diferentes tamanhos de janelas de busca e similaridade. Os resultados obtidos possuem pouca diferença no que se refere às métricas PSNR e SSIM para análise dos resultados.

Os resultados obtidos demonstraram que o método explorado neste trabalho apresentou pequenas diferenças de ganho de qualidade nas imagens processadas. A proposta deste trabalho conseguiu obter resultados competitivos com o filtro NLM aplicado no sinograma, com a transformada de Anscombe, superando-o em alguns casos.

8.2. Contribuições

O trabalho foi desenvolvido com o objetivo de redução de ruído em imagens, principalmente tomografias computadorizadas. O ruído prejudica a qualidade da imagem e consequentemente a capacidade de interpretação de partes importantes da mesma. Os especialistas concluem que o ruído pode interferir diretamente no diagnóstico no caso de imagens médicas. Este fato faz com que métodos para filtragem de ruído sejam pesquisados.

O algoritmo NLM é simples de implementar e possui um alto potencial para utilização em paralelismo. Este fator facilita e contribui muito no ganho de desempenho em sua utilização.

8.3. Trabalhos Futuros

Novas imagens poderão ser utilizadas nos processamentos para obtenção dos resultados. Neste trabalho utilizamos as imagens do *Phantom* de *Shepp-Logan, Phantom* Homogêneo, *Phantom* Simétrico, *Phantom* Assimétrico, Madeira 1 e Madeira 2. As imagens de *Phantom* Homogêneo, *Phantom* Simétrico, *Phantom* Assimétrico e duas imagens de madeira, foram gentilmente cedidas pelo Dr. Paulo Estevão Cruvinel do CNPDIA-EMBRAPA.

Novas métricas de qualidade das imagens também podem ser utilizadas em trabalhos futuros. Este trabalho apresenta apenas resultados PSNR e SSIM, mas métricas como *Mean Square Error* (MSE), *Improvement in Signal-To-Noise Ratio* (ISNR) e *Universal Image Quality Index* (UIQ) podem ser utilizadas como métricas para avaliação dos resultados.

O trabalho, na presente forma, utiliza os parâmetros da distribuição a *posterioi* da *Gamma* nas distâncias estocásticas. Pode-se testar o uso dos parâmetros da distribuição a *priori* da *Gamma*. Pretende-se também utilizar as observacões do sinograma original ruidoso, com os parâmetros da *Gamma* a *priori* ou a *posteriori*, apesar dessas observações serem descritas pela distribuição de *Poisson*.

Para o cálculo dos parâmetros a *posteriori* das distâncias estocásticas para distribuição *Gamma*, foi aplicado o filtro de média para suavização do sinograma ruidoso a ser filtrado com tamanho tamanhos de janela de 3x3. Para trabalhos futuros,

novos tamanhos de janelas do filtro de média para cálculo dos parâmetros podem ser utilizados. Por exemplo 5x5, 7x7 e 9x9.

O algoritmo NLM utiliza um fator *h* que, na proposta original do algoritmo, era proporcional ao desvio padrão do ruído Gaussiano aditivo. Em nosso caso o ruído não é aditivo e é dependente de sinal. Assim sendo, podemos testar diferentes valores para o parâmetro *h* na filtragem.

O modelo bayesiano adotado no trabalho supõe que os sinogramas originais, livres de ruído, sejam descritos pela densidade a *priori Gamma*. Pretende-se verificar a aderência dos histogramas normalizados desses sinogramas à distribuição a *priori Gamma* e comparar com os resultados obtidos nas reconstruções das imagens dos *Phantom*s.

Finalmente, também para trabalhos futuros, pretende-se comparar nossas técnicas utilizadas com outros métodos de filtros para ruído Poisson propostos na literatura envolvendo filtragem de ruído pré e pós-reconstrução, que utilizam as mesmas imagens utilizadas neste trabalho.

Além disso, pretende-se comparar os resultados obtidos com aqueles que utilizam a filtragem por média como uma aproximação das taxas das variáveis aleatórias de Poisson, em substituição ao filtro NLM.

REFERÊNCIAS

ABRAÃO D. C. NASCIMENTO, RENATO J. CINTRA; ALEJANDRO C. FRERY.; Hypothesis Testing in Speckled Data With Stochastic Distances. **IEEE Transactions On Geoscience And Remote Sensing**, VOL. 48, NO. 1, p. 373-385, JANUARY 2010

ANSCOMBE, F. J.; The transformation of Poisson, binomial and negative-binomial data. **Biometrika**, v. 35, n. 3-4, p. 246-254, may 1948.

BERTERO, M. et al. **A discrepancy principle for Poisson data. Inverse Problems**, v. 26, n. 10, 2010.

BHATTACHARYYA, A. On measure of divergence between two statistical populations defined by their probability distributions. **Sankhyã: The Indian Journal of Statistics**, v. 7, n. 4, p. 401-406, Julho 1946.

BERRY, R.; BERNEKK, J. **The Handbook of Astronomical Image Processing**. Second Ed., Willmann-Bell, inc., 2005.

BINAEE K.; HASANZADEH, R. P. R. A non local means method using fuzzy similarity criteria for restoration of ultrasound imagens. In: **7th Iranian Machine Vision and Image Processing**, p. 1-5, novembro 2011.

BINDILATTI, A. B.; MASCARENHAS, N. D. A. A nonlocal Poisson denoising algorithm based on stochastic distances. **IEEE Signal Processing Letters**, v. 20, n. 11, p. 1010-1013, novembro 2013.

BINDILATTI, A. B.; Abordagens Não-Locais para Filtragem de Ruído Poisson. **Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de São Carlos**, 2013.

BROX, T. KLEINSCHMIDT, O.; CREMERS, D. Efficient nonlocal means for denoising of textural patterns. **IEEE Transactions on Image Processing**, v.17, n7, p. 1083-1092, julho, 2008.

BUADES, A.; COLL, B.; MOREL, J. M. A review of image denoising algorithms, with a new one. **Multiscale Model Simulation**, v. 4, n. 2, p. 490–530, 2005.

BUADES, A.; COLL, B.; MOREL, J. M. A non-local algorithm for image denoising. In: **Computer Vision and Pattern Recognition** (2005).

BUSHBERG, J. et al. **The Essential Physics of Medical Imaging**. 2nd edition. Lippincott Williams & Wilkins, 2001.

BUZUG, T. **Computed Tomography From Photon Statistics to Modern Cone-Beam CT.** Springer, 2008.

COMBETTES, P.L.; PUH, H. Parallel projection methods for set theoretic signal reconstruction and restoration. **IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP`93)**, 1993, Minneapolis. p. 297 – 300.

CRUVINEL, P. E. Minitomógrafo de Raios-X e Raios γ Computadorizado para Aplicações Multidisciplinares. **Tese (Doutorado)** – UNICAMP, 1987.

DABOV, K; FOI A.; KATKOVNIK, V.; EGIAZARIAN, K.: "Image denoising by sparse 3D transform - domain collaborative filtering". In: **IEEE Transactions on Image Processing** 16(8): p. 2080 - 2095, 2007.

DELEDALLE, C.-A.; DENIS, L.; TUPIN, L.. Iterative weighted maximum likelihood denoising with probabilistic patch-based weights. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 18, n. 12, p. 2661- 2672, December 2009.

DELEDALLE, C.-A.; DENIS, L.; TUPIN, L.. Poisson NL Means: unsupervised non local means for Poisson noise. In: **Proceedings of 2010 IEEE 17th International Conference on Image Processing**, 2010, p. 801-804.

EPSTEIN, C.L. **Introduction to the mathematics of medical imaging**. 2nd Edition. SIAM, 2008.

FOSBINDER, R. A.; ORTH, D. **Essentials of Radiologic Science**. Wolters Kluwer Health. Lippincott Williams & Wilkins, 2011.

GERALDO, R. J.; MASCARENHAS, N. D. A.; Noise Reduction Filters Based on Pointwise Map for CT Images. **IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS'2011).** Rio de Janeiro, 2011.

GIRALDO, J. C. R. *et. al.*; Comparative study of two image space noise reduction methods for computed tomography: Bilateral filter and nonlocal means. **31st Annual International Conference od de IEEE Engineering in Medicine and Biology Society 2009 (EMBC'2009)**, 2009. P. 3529-3532.

GIL, M.; ALAJAJI, F.; LINDER, T. Rényi Divergence Measures for Commonly Used Univariate Continuous Distributions. **Information Sciences** p. 124-131, 2013.

GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. E.; **Digital Image processing**. 2nd Edition. Prentice Hall, 2002.

HANSON, K. M.; Noise and contrast discrimination in Computed Tomography. In: NEWTON, T. H. e POTTS, D. G. (Ed.). **Radiology of the Skull and Brain**. St. Louis: C. V. Mosby, v. Vol. 5: Technical Aspects od Computed Tomography, 1981.

HEIDARZADEH, A.; NASIRI AVANAKI, A. An enhanced nonlocal-means algorithm for image denoising. In: **9th International Symposium on Signal Processing and Its Aplications**, 2007, p. 1-4.

ICRP. Recommendations of the International Commission on Radiological Protection. **ICRP Publication 26. Annals of the ICRP**, v. 1., n. 3, p. 1-53, 1977.

JI, Z.; CHEN, Q.; SUN, Q.-S.; XIA, D.-S. A moment-based nonlocal-means algorithm for image denoising, **Information Processing Letters**, v. 109, n. 23-24, p. 1238-1244, novembro 2009.

KAK, A. C.; SLANEY, M. Principles of computerized tomographic imaging. **IEEE Press**, 1988.

KAY, S. Fundamentals of Statistical Signal Processing, V. 1: **Estimation Theory. Prentice Hall**, 1993.

KALENDER, W. **X-ray computed tomography. Physics in Medicine and Biology**, v51, n.13, p. R29-R43, 2006.

KULLBACK, S.; LEIBLER, R. A. On information and sufficiency. **The Annals of Mathematical Statistics**. v.22, n, 1, p. 79-86, Março 1951.

MATHIASSEN, J. R.; SKAVHAUG, A.; BØ, K.Texture Similarity Measure Using Kullback-Leibler Divergence between Gamma Distributions. **Lecture Notes in Computer Science** 2352:133-147 · Maio 2002

NASCIMENTO, A. D. C.; CINTRA, R. J.; FRERY, A. C. Hypothesis testing in speckled data with stochastic distances. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, v. 48, n. 1, p. 373-385, January 2010.

PARDO, L. **Statistical Inference Based on Divergence Measures**. Taylor & Francis Group, LLC, 2006.

RADON, J. Uber die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte langs gewisser Mannigfaltgkeiten. **Berichte uber die Verhandlungen der Koniglich-Sachsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig**, v.69, p. 262-277, 1917.

RAMACHADRAN, G. N.; LAKSHMINARAYANAN, A. V. **Thee-Dimensional Reconstruction From Ragiographs and Electron Micrographs: Application of Convolutions Instead of Fourier Transforms**. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, v. 68, n. 9, p. 2236-2240, 1971.

RANGAYYAN, R. M. **Biomedical Image Analysis**. CRC Press, 2005.

RÉNYI, A. On measures of entropy and information. In: **Proceedings of the 4th Berkeley Symposium on Mathematics Statistics and Probability**, 1960. Berkeley: University of California Press, v. 1, 1961. p. 547-561.

RIBEIRO, E. D. S. Novas propostas em Filtragem de projeções tomográficas sob ruído Poisson. 2010. 149 f. **Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação)**. Departamento de Computação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

SALICRU, M.; MORALES, D.; MENENDEZ, M. L.; PARDO, L. On the applications of divergence type measures in testing statistical hypotheses, **Journal od Multivariate Analysis**, v. 51, n. 2, p. 372-391, novembro 1994.

SALINA, F. V. Reconstrução Tomográfica de Imagens Utilizando Técnicas POCS Sequenciais e Paralelas. 2001. 111p. **Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação)**. Departamento de Computação, Universidade Federal de São Carlos.

SALINA, F. V. Métodos Híbridos para reconstrução tomográfica de imagens usando POCS e teoria da estimação. 2007. 135 p **Tese (Doutorado)**. Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

SALMON, J. On Two Parameters for Denoising With Non-Local Means. **IEEE Signal Processing Letters**, v. 17, n. 3, p. 269-272, 2010.

SALVADEO, D. H. P. Filtragem de Ruído em Imagens Tomográficas com Baixa Taxa de Contagem Utilizando uma Abordagem Bayesiana Contextual. **Tese de Doutorado – Universidade Federal de São Carlos**, 2013.

SAVAGE, N. Medical imagers lower the dose. **IEEE Spectrum**, v. 47, n. 3, p. 14-16, 2010.

SEZAN, M.I.; STARK, H. Image Restoration by the Method of Convex Projections: Part 2 – Applications and Numerical Results, **IEEE Transactions on Medical Imaging**, v.1, n. 2, p. 95-101, 1982.

TASDIZEN, T. Principal neighborhood dictionaries for nonlocal means image denoising. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 18, n. 12, p. 2649-2660, dezembro 2009.

VAN ERVEN, T.; HARREMOES, P. Rényi Divergence and Kullback-Leibler divergence. **IEEE Transactions on Information Theory**, v. 60, n. 7, p. 3797-3820, Julho 2014.

WANG, Z.; BOVIK, A. C.; SHEIKH, H. R.; SIMONCELLI, E. P. Image quality assessment: From error visibility to structural similarity. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 13, n. 4, p. 600-612, 2004.

WEBB, A. R.; COPSEY, K. D., Statistical Pattern Recognition, **Wiley**, Third Edition, 2011.

YOULA, D.C.; WEBB, H. Image Restoration by the Method of Convex Projections: Part 1 – Theory. **IEEE Transactions on Medical Imaging**, v.1, n. 2, p. 81-94, 1982.